

Primljen / Received: 23.3.2015.

Ispravljen / Corrected: 20.7.2015.

Prihvaćen / Accepted: 24.8.2015.

Dostupno online / Available online: 10.11.2015.

# Učinak prostorne promjenjivosti potresne pobude na seizmički odziv mostova

## Autor:



Dr.sc. **Marta Šavor Novak**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Zagrebu  
Građevinski fakultet  
Zavod za tehničku mehaniku  
[msavor@grad.hr](mailto:msavor@grad.hr)



Prof.dr.sc. **Damir Lazarević**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Zagrebu  
Građevinski fakultet  
Zavod za tehničku mehaniku  
[damir@grad.hr](mailto:damir@grad.hr)



Doc.dr.sc. **Josip Atalić**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Zagrebu  
Građevinski fakultet  
Zavod za tehničku mehaniku  
[atalic@grad.hr](mailto:atalic@grad.hr)

Pregledni rad

**Marta Šavor Novak, Damir Lazarević, Josip Atalić**

## Učinak prostorne promjenjivosti potresne pobude na seizmički odziv mostova

U radu je prikazan pristup seizmičkoj analizi mostova pri prostorno promjenjivoj potresnoj pobudi. Objašnjen je fenomen prostorne promjenjivosti potresa, utjecaj na odziv mostova i razlike u odnosu na istodobnu pobudu oslonaca. Detaljno je opisan model takve pobude, s osvrtom na postupke tvorbe prostorno promjenjivih zapisa. Prikazane su i numeričke metode proračuna, učinkovite za rješenje ovoga problema. Opisana metodologija je primijenjena na seizmičku analizu lučnog mosta. Rezultati analize su pokazali nepovoljan učinak prostorne promjenjivosti pobude na odziv većine razmatranih veličina mosta.

### Ključne riječi:

prostorna promjenjivost potresne pobude, seizmički proračun, numerička analiza, lučni mostovi

Subject review

**Marta Šavor Novak, Damir Lazarević, Josip Atalić**

## Influence of spatial variability of ground motion on seismic response of bridges

An approach to seismic analysis of bridges under spatially variable ground motions is presented. The phenomenon of spatial variability of earthquakes, its effects on bridge response, and differences with respect to simultaneous excitation of supports, are explained. The model of such excitation is described in detail, and procedures for generation of spatially variable ground motions are outlined. Numerical analysis methods, efficient for solving this problem, are also presented. The described methodology is applied in the seismic analysis of an arch bridge. The analysis results show that the spatial variability of ground motions has a detrimental effect on most of the analysed bridge response values.

### Key words:

spatial variability of ground motion, seismic design, numerical analysis, arch bridges

Übersichtsarbeit

**Marta Šavor Novak, Damir Lazarević, Josip Atalić**

## Einwirkung räumlich veränderlicher Erdbebenanregungen auf das seismische Verhalten von Brücken

In dieser Arbeit wird ein Ansatz zur seismischen Analyse von Brücken bei räumlich veränderlichen Erdbebenanregungen gegeben. Das Phänomen räumlicher Veränderlichkeit von Erdbeben, Einflüsse auf das Verhalten von Brücken und Unterschiede zu gleichzeitiger Belastung der Stützen ist gegeben. Ein Model solcher Einwirkungen ist ausführlich beschrieben und Verfahren zur Erstellung räumlich veränderlicher Aufzeichnungen sind erläutert. Für die Lösung dieses Problems wirksame numerische Berechnungsmethoden sind ebenfalls dargestellt. Die beschriebene Methodologie ist zur seismischen Analyse von Bogenbrücke angewandt. Resultate weisen auf ungünstige Einflüsse räumlicher Veränderlichkeit der Anregungen bei den meisten Größen untersuchter Bogenbrücken hin.

### Schlüsselwörter:

räumliche veränderliche Erdbebenanregungen, seismische Berechnung, numerische Analyse, Bogenbrücken

### 1. Uvod

Različite studije su pokazale nepovoljne učinke prostorne promjenjivosti potresnog djelovanja na seizmički odziv velikih mostova [1, 2]. Budući da su udaljenosti oslonaca većih mostova reda veličine duljine potresnog vala (određene brzine širenja od izvora prema površini), jasno je da potresna pobuda ne može istodobno pobuditi sve oslonce mosta. Također, uvjeti temeljenja ne moraju biti jednaki duž cijelog područja mosta. Najjednostavniji primjer nepovoljnog seizmičkog odziva mosta zbog takve pobude jest pad rasponskog sklopa zbog relativnih pomaka njegovih oslonaca, što je posebno izraženo kod sklopa izvedenog u obliku sustava prostih greda.

Prva istraživanja pojave prostorne promjenjivosti potresne pobude počela su šezdesetih godina prošlog stoljeća [3], a obuhvaćala su samo utjecaj kašnjenja potresnog vala na udaljenije oslonce mosta (skraćeno, utjecaj prolaska potresnog vala). Nakon što su u različitim dijelovima svijeta postavljani nizovi blisko raspoređenih mjernih stanica (primjerice na Tajvanu SMART-1; u SAD-u: El Centro Differential array, EPRI Parkfield, Hollister, Coalinga, Pinyon Flat; zatim Chiba u Japanu te Thessaloniki i Argostoli u Grčkoj [4]) kojima su bilježeni podaci o gibanjima tla tijekom potresa, istražene su i ostale pojave koje uzrokuju prostornu promjenjivost u gibanju tla. To su, osim spomenutog utjecaja prolaska vala, utjecaji gubitka koherencije, atenuacije vala i geoloških svojstava područja (slika 1.).

Utjecajem prolaska vala uzimamo u obzir zaostajanje potresne pobude, odnosno vrijeme širenja od jednog do drugog oslonca. Taj utjecaj opisujemo prividnom brzinom (engl. *apparent propagation velocity*) koja predstavlja brzinu širenja valova po površini tla. Prividnu brzinu možemo odrediti analizom snimljenih podataka tijekom potresa i uglavnom je pretpostavljamo konstantnom (rijetko se uzima u obzir ovisnost o frekvenciji). O vrijednostima prividne brzine širenja valova i njenom određivanju može se naći u [7-9].

Gubitak koherencije nastaje zbog refleksije i refrakcije seizmičkih valova u heterogenom mediju tla i superpozicije valova koji dolaze iz seizmičkog izvora. Opisuje se preko funkcije koherencije koja pada s udaljenošću i frekvencijom, a može se odrediti analitički, empirijski ili poluempirijski. Ako funkciju koherencije promatramo kroz teoriju slučajnih procesa, ona predstavlja omjer međuspektralne gustoće dvaju zapisa na različitim

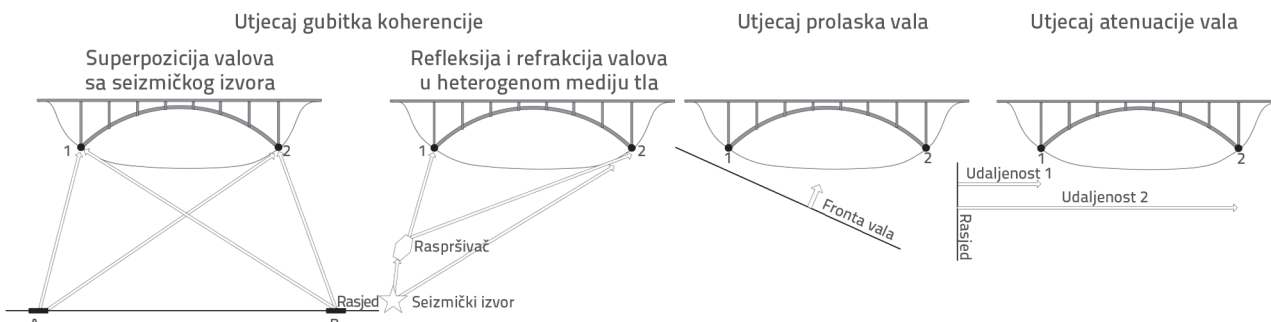
lokacijama i korijena umnoška dviju pripadnih autospektralnih gustoća. Općenito, funkcija koherencije postiže kompleksne vrijednosti, što ćemo detaljno objasniti poglavlju 2.2.

Utjecajem atenuacije vala uzimamo u obzir mogućnost smanjenja energije i amplitude potresnog vala zbog neminovnog prostornog širenja pobude. Taj utjecaj, u pravilu, ne uzimamo u obzir u modelima prostorne promjenjivosti potresne pobude jer nema značajnijeg učinka na građevine [6].

Utjecaj geoloških svojstava područja obuhvaća razlike u lokalnim uvjetima temeljenja na različitim osloncima mosta. Te razlike djeluju na frekvencijsko područje i amplitude seizmičkih valova, pa pri prolasku vala kroz neka tla dolazi do povećanja, a kod nekih do smanjenja amplitude. Utjecaj geoloških svojstava područja može značajno djelovati na građevine s osloncima na različitim tlima (primjerice kod mostova preko rijeka i zaljeva). Taj utjecaj se obično modelira pojednostavljeno, samo primjenom različitih funkcija spektralne gustoće snage ili elastičnih spektara pseudoubznanja za tla ispod oslonaca. Detaljno o problemu i složenijem pristupu modeliranja geoloških svojstava područja može se naći u [8, 10-12].

Napretkom znanja, tehnologije i učinkovitosti računala devedesetih su godina prošlog stoljeća istraživanja prostorne promjenjivosti potresne pobude postala opsežnija, a numerički modeli složeniji. Iscrpni prikaz istraživanja odziva mostova može se vidjeti u [8, 13] te će se u ovome radu, prema potrebi, pozivati samo na neka istraživanja. Provedene su mnoge studije odziva različitih nosivih sustava mostova, no većina je dosadašnjih istraživanja usmjerena na ponašanje, u praksi najčešćih, grednih mostova. Neka od važnijih istraživanja odziva takvih mostova mogu se naći u [1, 2, 5, 14-27], dok se istraživanja odziva visećih i zavješanih mostova pri prostornoj promjenjivosti potresa mogu naći u [28-40]. Općenito, malo je istraživanja utjecaja prostorne promjenjivosti potresa na odziv lučnih mostova, a neka od njih su dana u [13, 33, 41-47].

Brojne studije pokazale su je vrlo teško odrediti utjecaj pojedinog parametra prostorne promjenjivosti na odziv građevine jer u praksi postoji velik broj mogućnosti vezanih za dispoziciju mosta, materijale, svojstva tla i proračunske kriterije. Ako ih kombiniramo s mogućim scenarijima pobude potresom koji je sam po sebi slučajna, slabo predvidljiv proces, složenost problema još je naglašenija. Istraživanjima je obuhvaćen samo mali dio mogućih scenarija, a budući da im nedostaje sustavnosti,



Slika 1. Temeljni oblici prostorne promjenjivosti potresne pobude [4-7]

iz njih je vrlo teško izvući opće zaključke. Čak i za slučajeve vrlo sličnih konstrukcija i pobude, rezultati provedenih analiza su često oprečni (primjerice, istraživanja [17, 19]). Štoviše, istraživači nisu suglasni utječe li prostorna promjenjivost pobude nepovoljno ili povoljno na odziv građevina. Naime, iako je jasno da prostorna promjenjivost uzrokuje različit odziv u odnosu na istodobnu pobudu oslonaca, nije lako predvidjeti hoće li doći do njegovog povećanja ili smanjenja. Zbog relativnih pomaka oslonaca, postoji kvazistatička komponenta odziva, a dodatno se mijenja i dinamički dio, jer su pobuđeni drugačiji oblici titranja u odnosu na one pri istodobnoj pobudi. Znači, utjecaj prostorno promjenjive pobude na odziv vrlo je složena pojava koja ovisi o mnogim parametrima koji opisuju pobudu, ali i građevinu. To naravno ne znači da se fenomenom prostorne promjenjivosti potresne pobude ne treba baviti, već naprotiv, predlažu se daljnja istraživanja njegovog utjecaja na mostove različitih dispozicija, orijentirana prema inženjerskoj praksi, s ciljem proširenja trenutačne baze podataka o ovome fenomenu [48].

Eksperimentalna istraživanja prostorne promjenjivosti vrlo su rijetka jer bi za ispitivanje odziva trebalo raspolagati sustavom višestrukih potresnih stolova koji, prema dostupnim informacijama, postoje samo u nekoliko svjetskih sveučilišta i istraživačkih centara (npr. u SAD-u: University of Nevada - Reno, University at Buffalo, SUNY's Structural Engineering and Earthquake Simulation Laboratory; u Kini: Chongqing Communications Research and Design Institute i u Italiji ISMES, Bergamo). Podaci o takvim eksperimentalnim istraživanjima mogu se naći u [40, 49-53].

Zamisao rada je dati pregled stanja područja s detaljnom bibliografijom i pokazati karakteristični primjer numeričke analize mosta zanimljiv inženjerskoj praksi.

## 2. Pristup seizmičkom proračunu pri prostornoj promjenjivosti potresne pobude

### 2.1. Formulacija jednadžbi gibanja

Ako se građevina pobudi prostorno promjenjivom potresnom pobudom, temelji se neće jednako gibati jer udaljenost između temelja postaje vremenski promjenjiva varijabla. Formulacija jednadžbi gibanja sustava se razlikuje od formulacije za djelovanje istodobne potresne pobude (koja odgovara apsolutno krutom tlu) jer dinamičkom odzivu treba pridodati i statički dio prouzročen relativnim pomakom oslonaca. Diferencijalna jednadžba gibanja sustava s  $n$  stupnjeva slobode građevine i  $m$  stupnjeva slobode oslonaca može se napisati kao:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m} & \mathbf{m}_g \\ \mathbf{m}_g^T & \mathbf{m}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^t \\ \dot{\mathbf{u}}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{c}_g \\ \mathbf{c}_g^T & \mathbf{c}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^t \\ \mathbf{u}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k} & \mathbf{k}_g \\ \mathbf{k}_g^T & \mathbf{k}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^t \\ \mathbf{u}_g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{p}_g^s(t) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

pri čemu su  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{c}$  i  $\mathbf{k}$  matrice mase, prigušenja i krutosti reda  $n$ ,  $\mathbf{m}_{gg}$ ,  $\mathbf{c}_{gg}$  i  $\mathbf{k}_{gg}$  matrice modela oslonaca reda  $m$ , a  $\mathbf{m}_g$ ,  $\mathbf{c}_g$  i  $\mathbf{k}_g$

matrice zbog međudjelovanja modela konstrukcije i oslonaca, dimenzija  $n \times m$ . Vektor pomaka se sastoji od dva dijela: dijela koji sadrži stupnjeve slobode građevine  $\mathbf{u}^t = [u_1^t, \dots, u_n^t]^T$  i dijela koji čine pomaci oslonaca  $\mathbf{u}_g = [u_{g1}, \dots, u_{gm}]^T$ . Pomaci koji pripadaju građevini,  $\mathbf{u}^t$ , mogu se rastaviti na pomake nastale statičkim pomacima tla  $\mathbf{u}^s$  (koji se sporo mijenjaju u vremenu - kvazistatički dio) i na dinamičke pomake  $\mathbf{u}$  koji se mogu odrediti samo dinamičkom analizom:

$$\mathbf{u}^t = \mathbf{u}^s + \mathbf{u} \quad (2)$$

Veza kvazistatičkih pomaka i pomaka oslonaca može se uspostaviti pomoću izraza:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k} & \mathbf{k}_g \\ \mathbf{k}_g^T & \mathbf{k}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^s \\ \mathbf{u}_g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{p}_g^s \end{Bmatrix} \quad (3)$$

koji predstavlja jednadžbu (1) uz zanemarenje inercijalnog člana i prigušenja, pri čemu su  $\mathbf{p}_g^s$  sile na osloncima potrebne za statički pomak  $\mathbf{u}_g$ , ali ipak promjenjiv u vremenu.

Iz prvog retka izraza (3) slijedi da je  $\mathbf{k}\mathbf{u}^s + \mathbf{k}_g\mathbf{u}_g = \mathbf{0}$ , pa možemo uspostaviti vezu statičkih pomaka  $\mathbf{u}^s$  i pomaka oslonaca  $\mathbf{u}_g$  kao:

$$\mathbf{u}^s = -\mathbf{k}^{-1}\mathbf{k}_g\mathbf{u}_g = \boldsymbol{\ell}\mathbf{u}_g \quad (4)$$

pri čemu  $\boldsymbol{\ell}$  zovemo matricom utjecaja jer definira utjecaj pomaka oslonaca na pomake građevine.

Uvrštavanjem (2) i (4) u prvi redak jednadžbe (1), dobivamo jednadžbu gibanja oblika:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = -(\mathbf{m}\boldsymbol{\ell} + \mathbf{m}_g)\ddot{\mathbf{u}}_g(t) - (\mathbf{c}\boldsymbol{\ell} + \mathbf{c}_g)\dot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (5)$$

pri čemu često zanemarujemo drugi član desne strane jer su sile prigušenja obično znatno manje od inercijalnih sila.

### 2.2. Model prostorne promjenjivosti potresne pobude

Prostorna promjenjivost potresne pobude često se opisuju probabilistički primjenom prostorno-vremenskog slučajnog polja seizmičkog gibanja tla, uporabom podataka dobivenih iz nizova blisko raspoređenih mjernih stanica. Na taj se način model prostorne promjenjivosti pobude može izraziti međuspektralnom gustoćom snage potresnih gibanja  $S(\xi_{jk}, \omega)$  prema:

$$S(\xi_{jk}, \omega) = S(\omega) \cdot \gamma_{jk}(\xi_{jk}, \omega) \quad (6)$$

pri čemu je  $S(\omega)$  funkcija spektralne gustoće snage gibanja,  $\xi_{jk}$  je udaljenost oslonaca  $j$  i  $k$ , a  $\gamma_{jk}(\xi_{jk}, \omega)$  je kompleksna koherencija. Takav model upotrebljavamo izravno u analizama temeljenim na teoriji slučajnih vibracija ili posredno za generiranje potresnih zapisa na osloncima potrebnih za neku od metoda vremenske diskretizacije [8].

Od predloženih funkcija spektralne gustoće snage uobičajeno je koristiti proširenje Kanai-Tajimijeva spektra [55] koje su razvili Clough i Penzien [56]. Izvorna funkcija predstavlja spektralnu gustoću potresne pobude s konstantnom spektralnom gustoćom  $S_0$  na razini osnovne stijene i to u cijelom frekvencijskom području (tzv. bijeli šum). Funkcija se zatim filtrira kroz naslage tla karakterizirane sustavom s jednim stupnjem slobode prirodne frekvencije  $\omega_g$  i prigušenja  $\zeta_g$ . Clough i Penzien su upotrijebili još jedan filtar s parametrima  $\omega_f$  i  $\zeta_f$  radi izbjegavanja numeričkih poteškoća u području frekvencija  $\omega$  bliskih nuli, pa je proširena funkcija spektralne gustoće snage ubrzanja tla:

$$S(\omega) = S_0 \cdot \frac{1 + 4\zeta_g^2(\omega/\omega_g)^2}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\zeta_g^2(\omega/\omega_g)^2} \cdot \frac{(\omega/\omega_f)^4}{[1 - (\omega/\omega_f)^2]^2 + 4\zeta_f^2(\omega/\omega_f)^2} \quad (7)$$

Vrijednosti parametara  $S_0$ ,  $\omega_g$ ,  $\zeta_g$ ,  $\omega_f$  i  $\zeta_f$  mogu se naći u [33]. Kompleksna koherencija  $\gamma_{jk}(\xi_{jk}, \omega)$  sadrži amplitudni i fazni dio za svako područje frekvencija:

$$\begin{aligned} \gamma_{jk}(\xi_{jk}, \omega) &= |\gamma_{jk}(\xi_{jk}, \omega)| \cdot e^{i\theta_{jk}(\xi_{jk}, \omega)}, \quad i = \sqrt{-1}, \\ \theta_{jk}(\xi_{jk}, \omega) &= -\frac{\omega \cdot (V_{app} \cdot \xi_{jk}^L)}{|V_{app}|^2} = -\frac{\omega \cdot \xi_{jk}^L}{V_{app}} \end{aligned} \quad (8)$$

Amplitudni dio (realni član koji predstavlja gubitak koherencije  $|\gamma_{jk}(\xi_{jk}, \omega)|$  najčešće opisujemo zaostalom frekvencijom (engl. *lagged coherency*) koja predstavlja mjeru linearne statističke ovisnosti dvaju procesa. Ako je njena vrijednost nula, procesi su potpuno nezavisni, a ako je vrijednost jedan, procesi su savršeno linearno zavisni. Fazni dio  $e^{i\theta_{jk}(\xi_{jk}, \omega)}$  predstavlja utjecaj prolaska vala ili, točnije, vremenski odmak u dolasku potresnog vala na oslonce  $j$  i  $k$  pri čemu je  $\theta_{jk}(\xi_{jk}, \omega)$  fazni kut ovisan o udaljenosti oslonaca i frekvenciji. Konačno,  $\xi_{jk}^L$  je udaljenost oslonaca  $j$  i  $k$  ( $\xi_{jk}^L$ ) projicirana u smjeru širenja valova, a  $V_{app}$  je prividna brzina širenja valova [57].

Većina funkcija koherencije dobivenih empirijski i poluempirijski određena je analizom snimljenih podataka iz niza mrežnih stanica SMART-1 u Tajvanu [20]. Predloženo je mnogo funkcija koherencije, a u većini istraživanja autori koriste funkciju koju su razvili Luco i Wong [58]:

$$|\gamma_{jk}(\xi_{jk}, \omega)| = e^{-\alpha^2 \omega^2 \xi_{jk}^2} \quad (9)$$

Član  $\alpha$  kontrolira eksponencijalni pad funkcije koherencije s povećanjem udaljenosti i frekvencije. Veća vrijednost toga parametra znači veći gubitak koherencije. Luco i Wong predlažu vrijednosti  $\alpha \approx (2-3) \times 10^{-4}$  s/m.

Također, vrlo popularnu funkciju koherencije razvili su Harichandran i Vanmarcke [59]. Oni su ocijenili zaostale koherencije iz podataka snimljenih na SMART-1 stanicama tijekom četiri potresa. Predložili su izraz:

$$|\gamma_{jk}(\xi_{jk}, \omega)| = A e^{[-2\xi_{jk}^L(\alpha\theta_\omega)(1-A+\alpha A)]} + (1-A) e^{[-2\xi_{jk}^L\theta_\omega(1-A+\alpha A)]}, \quad (10)$$

$$\theta_\omega = k[1 + (\omega/\omega_0)^b]^{-0,5}$$

pri čemu je  $\theta_\omega$  prostorna mjera promjene ovisna o frekvenciji, a  $A$ ,  $\alpha$ ,  $k$ ,  $\omega_0$ ,  $b$  su empirijski parametri koji za čvrsto tlo iznose [33]:  $A = 0,626$ ,  $\alpha = 0,022$ ,  $k = 19700$  m,  $\omega_0 = 12,69$  rad/s i  $b = 3,47$ . Izbor funkcije koherencije značajno utječe na seizmički odziv građevina pobuđenih prostorno promjenjivom pobudom. To je za kvazistatički dio odziva posebno izraženo u području nižih frekvencija. Ustanovljeno je da je funkcija koju su razvili Harichandran i Vanmarcke manje prikladna za stjenovita tla (dobivena je iz empirijskih podataka sa stanice SMART-1 na šljunkovitom tlu) i da je samo djelomično korelirana pri nižim frekvencijama. Funkcija koju su razvili Luco i Wong potpuno je korelirana u tome području. Fizikalno je utemeljeno da se koherencija približava vrijednosti jedan za frekvencije i udaljenosti koje se približavaju nuli [8].

### 2.3. Numerički postupci proračuna

Numeričke metode koje primjenjujemo pri istraživanju pojave prostorne promjenjivosti potresa jesu metode slučajnih titranja, metode spektra odziva i determinističke metode.

Kod metode slučajnih titranja potresnu pobudu opisujemo spektralnom gustoćom snage, a prostornu promjenjivost potresa uvođenjem funkcije gubitka koherencije. Stohastičkim metodama možemo učinkovito uzeti u obzir sve važne fenomene prostorne promjenjivosti potresa kao slučajne pojave. Međutim, metode su ograničene na linearne analize, uz složenu primjenu u praksi jer proračunom dobivamo samo statističku mjeru odziva. Spektar odziva koji se nalazi u većini svjetskih normi za protupotresno projektiranje nije moguće izravno primijeniti na analize prostorne promjenjivosti potresa. Metode spektra odziva za prostorno promjenjivu pobudu temelje se na teoriji slučajnih vibracija, no za definiranje pobude koristimo spektar odziva, a ne funkciju spektralne gustoće snage. Dodatna prednost je ta što je nestacionarnost gibanja tla uključena u definiranje spektra. Der Kiureghian i Neuenhofer [5] su razvili osnovnu metodu spektra odziva za prostorno promjenjivu potresnu pobudu (skraćeno, *MSRS*). Metodom uzimamo u obzir utjecaj korelacije između gibanja oslonaca i između vlastitih oblika titranja građevine. Funkcije spektralne gustoće i koherencije su upotrijebljene kako bismo uzeli u obzir utjecaj prolaska vala, gubitka koherencije i utjecaj geoloških svojstava tla na lokaciji. Metodom se dobije srednja vrijednost vršnog odziva konstrukcije. Konakli i Der Kiureghian [27] su predložili generaliziranu i proširenu osnovnu metodu spektra odziva (*MSRS*) koju su razvili Der Kiureghian i Neuenhofer te izradili računalni program za realizaciju metode. U izvornoj formulaciji *MSRS* metode uzimaju se u obzir samo one vrijednosti odziva koje se mogu izraziti linearnom kombinacijom pomaka u smjeru stupnjeva slobode građevine. Generalizirana formulacija može sadržavati i vrijednosti odziva koje uključuju

jedan ili više stupnjeva slobode oslonaca, a uzima u obzir i kvazistatički doprinos viših oblika titranja.

Najopćenitiji postupak proračuna dinamičkog odziva temelji se na determinističkim metodama vremenskog prirasta kod kojih jednadžbe gibanja rješavamo metodama vremenske diskretizacije. Poznat je velik broj postupaka za dobivanje numeričkog rješenja jednadžbi gibanja, pa čitatelje upućujemo na mnogobrojnu literaturu, primjerice [54, 60, 61]. Metodama vremenske diskretizacije mogu se riješiti i nelinearni problemi pa se često primjenjuju u praksi, iako mogu biti izrazito numerički i vremenski zahtjevnije. Budući da one danas predstavljaju najmoćniji alat za rješavanje dinamičkih jednadžbi, u radu će se obratiti više pažnje na tehnike tvorbe potresnih zapisa koje upotrebljavamo u primjeni tih metoda.

Numerički modeli sustava mogu biti različitih složenosti. Najopćenitiji model samog mosta je prostorni nelinearni model koji rješavamo metodama vremenske diskretizacije s potresnim zapisima u tri ortogonalna smjera (nije moguća nezavisnost pojedinih smjerova jer princip superpozicije ne vrijedi). Kad su učinci međudjelovanja tla i konstrukcije (kinematički i inercijalni) značajni, moraju se uzeti u obzir. Koriste se različiti pojednostavljeni i napredniji pristupi problemu koje možemo podijeliti na izravne pristupe i pristupe u kojima se proračun sustava obavlja po dijelovima (engl. *substructuring approach*).

Kod primjene izravnog pristupa problemu, numerički model sadržava konstrukciju i sudjelujuće tlo. Potresna pobuda se zadaje na razini osnovne stijene, a složeno širenje valova kroz različite slojeve tla simulira se numerički. Može se koristiti ravninski model mosta i ravninski model tla ili, što je rjeđe, prostorni model mosta i tla. Prema dostupnim podacima, postoji samo nekoliko istraživanja temeljenih na izravnom pristupu uz učinak prostorne promjenjivosti potresa. Primjerice, Yang i suradnici [62] istraživali su odziv grednog mosta s pilotima i okolnim tлом, primjenom ravninskog modela napravljenog u programu OpenSees razvijenom na Berkeleyu.

Često se upotrebljava pristup problemu međudjelovanja konstrukcije i tla u kojem se proračun sustava obavlja po pojedinim dijelovima. Znači, konstrukcija i tlo se razmatraju zasebno, a glavni numerički model sadrži samo elemente građevine, dok se međudjelovanje konstrukcije i tla uzima u obzir rubnim uvjetima sa značajkama utemeljenim na detaljnim geotehničkim analizama. Jedan takav postupak predložen je u [10-11]. Ukratko, najprije treba generirati potresne zapise primjenom nekog modela prostorne promjenjivosti pobude koji uzima u obzir učinke prolaska vala, gubitka koherencije potresnih valova i geoloških svojstava područja. Zatim dobivene zapise treba modificirati u frekvencijskoj domeni kako bismo uzeli u obzir kinematičko međudjelovanje tla i temeljne konstrukcije. Time se definira ulazno potresno djelovanje u razini temelja. Nadalje, treba odrediti svojstva oslonaca mosta modeliranih elementima veze opruge i prigušivača čije su dinamičke matrice impedancije određene za sve potrebne oblike titranja. Zatim možemo provesti dinamičku analizu na relativno jednostavnom numeričkom modelu mosta u bilo kojem suvremenijem

programskom paketu temeljenom na konačnim elementima. Međutim, bez obzira na pristup problemu, uvijek treba nastojati napraviti model razumne složenosti koji je u skladu s pouzdanošću ulaznih podataka.

## 2.4. Tvorba prostorno promjenjivih potresnih zapisa

Općenito, potresne zapise možemo dobiti snimanjem instrumentima u pogodnom nizu blisko raspoređenih stanica, modeliranjem seizmičkog izvora i širenja vala u elastičnoj sredini i simulacijom na temelju probabilističkih modela prostorne promjenjivosti potresne pobude.

Proračun odziva građevina na prostorno promjenjivu potresnu pobudu nije moguće napraviti primjenom isključivo snimljenih zapisa jer bismo trebali raspolagati velikim brojem simultano zabilježenih zapisa na različitim udaljenostima, različitim tlima, različitim magnitudama i slično, za sve moguće dispozicije. Očito je da takva baza zapisa ne postoji pa dodatno moramo primijeniti neku od metoda generiranja zapisa.

Razvoji algoritama za generiranje slučajnih procesa omogućio je napredak u istraživanju pojave prostorne promjenjivosti potresa. Načelno se za tvorbu zapisa upotrebljava određeni probabilistički model s empirijskim podacima dobivenim analizom zapisa s mreže blisko raspoređenih stanica. Pri tome koristimo spektralnu gustoću snage ili spektar odziva i funkciju kompleksne koherencije. Generirani uzorci moraju točno opisivati probabilistička svojstva odgovarajućih slučajnih procesa, polja ili valova koji mogu biti stacionarni ili nestacionarni, homogeni ili nehomogeni, jednodimenzionalni ili višedimenzionalni, Gaussovi ili ne-Gaussovi, s jednom ili više varijabli [20]. Predloženo je mnogo metoda za generiranje takvih funkcija, a u praksi je vrlo raširen postupak spektralnog prikaza (engl. *spectral representation method*). Tim je postupkom Deodatis u svom radu [63] detaljno razradio teoriju, simulacijski algoritam i iteracijsku shemu za tvorbu zapisa ubrzanja u vremenu kao nestacionarnih slučajnih procesa više varijabli. Postupak zovemo bezuvjetnom simulacijom. Nedostatak metode je u primjeni funkcije spektralne gustoće snage, a ne spektra odziva, vrlo raširenog u inženjerskoj praksi. Zbog toga je Deodatis predložio dodatni iteracijski postupak u kojem se simulirani zapisi prilagođavaju propisanom spektru dok se ne postigne odgovarajuće podudaranje, što ćemo ovdje opisati. Pretpostavljamo da su zapisi za  $n$  točaka na tlu građevine nestacionarni slučajni vektorski procesi  $n$  varijabli s jednolikom funkcijom preinake (engl. *modulating function*), neovisnoj o frekvenciji  $\omega$ . Općenito, točke se nalaze na različitim tlima pa su i različiti proračunski spektri pridruženi tim točkama:  $RS A_j(\omega)$ ;  $j=1, \dots, n$ . Kompleksne funkcije koherencije  $\gamma_{jk}(\omega)$ ;  $j, k=1, \dots, n$ ;  $j \neq k$  definirane su za parove točaka (izostavit ćemo ovisnost o udaljenostima  $\xi_{jk}$  jer se te vrijednosti izravno uvrštavaju u proračun funkcije: pišemo  $(\omega)$ , a ne  $(\xi_{jk}, \omega)$ ). Funkcije preinake  $A_j(t)$ ;  $j=1, \dots, n$  definiramo za svaku točku.

Postupak počinje generiranjem ergodičnih, stacionarnih vremenskih zapisa kao slučajnih procesa sa  $n$  varijabli,

kompatibilnih sa zadanim modelom prostorne promjenjivosti potresa. Model možemo opisati matricom međuspektralne gustoće snage potresnih gibanja  $\mathbf{S}^0(\omega)$ :

$$\mathbf{S}^0(\omega) = \begin{bmatrix} S_1(\omega) & \sqrt{S_1(\omega)S_2(\omega)}\gamma_{12}(\omega) & \dots & \sqrt{S_1(\omega)S_n(\omega)}\gamma_{1n}(\omega) \\ \sqrt{S_2(\omega)S_1(\omega)}\gamma_{21}(\omega) & S_2(\omega) & \dots & \sqrt{S_2(\omega)S_n(\omega)}\gamma_{2n}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{S_n(\omega)S_1(\omega)}\gamma_{n1}(\omega) & \sqrt{S_n(\omega)S_2(\omega)}\gamma_{n2}(\omega) & \dots & S_n(\omega) \end{bmatrix} \quad (11)$$

pri čemu članovi na dijagonali  $S_{jj}^0(\omega) = S_j(\omega)$  predstavljaju spektralne gustoće snage zapisa na svakom osloncu  $j$ , a članovi izvan dijagonale  $S_{jk}^0(\omega) = \sqrt{S_j(\omega)S_k(\omega)} \cdot \gamma_{jk}(\omega)$  su pripadajuće međuspektralne gustoće zapisa na osloncima  $j$  i  $k$ . Budući da se ovom metodom tvorbe zapisa zahtijeva kompatibilnost zapisa s propisanim spektrom odziva, a ne funkcijom spektralne gustoće snage, funkciju  $S_j(\omega)$  na početku postupka (u 1. iteraciji) možemo pretpostaviti gotovo proizvoljno.

Potom, matricu  $\mathbf{S}^0(\omega)$  treba rastaviti primjenom dekompozicije prema Choleskom na produkt:

$$\mathbf{S}^0(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{H}^T(\omega) \quad (12)$$

pri čemu  $\mathbf{T}^*$  označava transpoziciju kompleksno konjugirane matrice.  $\mathbf{H}(\omega)$  je donja trokutna matrica s realnim i pozitivnim funkcijama od  $\omega$  na dijagonali, a elementi izvan dijagonale su kompleksne funkcije od  $\omega$ .

Nakon rastavljanja matrice  $\mathbf{S}^0(\omega)$  prema izrazu (12) nestacionarni slučajni vektorski proces možemo simulirati umnoškom funkcije preinake  $A_j(t)$  (kojom se uvodi nestacionarnost procesa) i stacionarnog procesa  $g_j(t)$ , na sljedeći način:

$$f_j(t) = A_j(t) \cdot g_j(t) = A_j(t) \cdot 2 \sum_{m=1}^n \sum_{\ell=1}^N |H_{jm}(\omega_\ell)| \sqrt{\Delta\omega} \cos[\omega_\ell t - \theta_{jm}(\omega_\ell) + \phi_{m\ell}]; \quad j = 1, \dots, n \quad (13)$$

U ovome je izrazu  $\Delta\omega = \omega_\ell / N$  frekvenjski korak,  $\omega_\ell = \ell \Delta\omega$  za  $\ell = 1, \dots, N$  su diskretne vrijednosti frekvencija, a  $\omega_\ell$  je gornja granična vrijednost frekvencije iznad koje se elementi matrice međuspektralne gustoće mogu pretpostaviti jednakim nuli u bilo kojem trenutku  $t$ . Kriterij za izbor vrijednosti  $\omega_\ell$  može se naći u radu [64]. Nadalje,  $\phi_{m\ell}$  ( $m = 1, \dots, n$  i  $\ell = 1, \dots, N$ ) nezavisni su slučajni fazni kutovi, jednoliko distribuirani u intervalu  $[0, 2\pi]$ , a  $\theta_{jm}(\omega_\ell)$  je fazni kut određen pomoću članova matrice  $\mathbf{H}(\omega)$  prema izrazu:

$$\theta_{jm}(\omega_\ell) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}[H_{jm}(\omega_\ell)]}{\text{Re}[H_{jm}(\omega_\ell)]} \right) \quad (14)$$

Treba još spomenuti da se generiranje stacionarnih i ergodičnih slučajnih vektorskih procesa može učinkovito izvesti primjenom brzih Fourierovih transformacija.

Nakon provedenih simulacija, za svaki generirani zapis odredimo elastični spektar odziva i usporedimo s propisanim, te po potrebi

prilagodimo Fourierovu amplitudu tako da podesimo funkciju spektralne gustoće snage primjenom umnoška ordinata početne funkcije spektralne gustoće u toj iteraciji i kvadrata omjera ordinata zadanog spektra odziva i spektra odziva generiranog zapisa.

Potom ponovo generiramo stacionarne procese i množimo ih funkcijama preinake da bismo dobili nestacionarne procese. Postupak se ponavlja dok ne postignemo zadovoljavajuće poklapanje spektara generiranih zapisa i zadanog propisanog spektra, za što je obično potrebno samo nekoliko iteracija. Ne primjenjuje se određeni kriterij, jer mijenjanje jedne frekvencijske komponente vremenskog zapisa utječe na vrijednosti spektra odziva i u drugim komponentama tako da se kriterij konvergencije iteracijskog postupka ne može lako odrediti i ne očekuje se da postupak precizno konvergira za sve frekvencije.

Za tvorbu prostorno promjenjivih potresnih zapisa može se primijeniti i postupak uvjetne simulacije koji su razvili Vanmarcke i suradnici [65], pri čemu se rabi postojeći vremenski zapis temeljem kojeg se pomoću nekog modela prostorne promjenjivosti mogu generirati zapisi na ostalim lokacijama. Kao ulazni podaci se koriste funkcije spektralne gustoće snage i funkcije koherencije za više stacionarnih vremenskih odsječaka koji se ne preklapaju. Postupak ne uzima u obzir eventualni vremenski odmak između seizmičkih valova, što u praksi ne predstavlja problem jer se taj utjecaj jednostavno može zadati u kompjutorskom programu primjenom razlika u fazi vremenskih zapisa. Metodu možemo primijeniti za generiranje potresnih zapisa potrebnih za seizmički proračun novih građevina ili, ako želimo, simulirati zapis na lokaciji srušene li oštećene građevine na kojoj ne postoji mjerni uređaj, a postoji zapis na nekoj bliskoj lokaciji. U postupku se upotrebljava metoda linearnog predviđanja (engl. *linear-prediction method*) za generiranje statistički nezavisnih slučajnih procesa određenog frekvencijskog sadržaja upotrebom brzih Fourierovih transformacija. U radu se neće detaljno objašnjavati realizacija postupka uvjetne simulacije, već čitatelja upućujemo na rad [65] i postojeći fortranski programski kod SIMQKE-II koji su razvili isti autori [66]. Izbor tehnike simulacije ovisi o samom problemu, a cilj je podudaranje svojstava zapisa sa zahtjevanim kriterijima.

## 2.5. Osvrt na europsku normu za protupotresno projektiranje mostova [67]

Prema normi za protupotresno projektiranje mostova, utjecaj prostorne promjenjivosti potresne pobude se mora uzeti u obzir kod mostova s kontinuiranim rasponskim sklopom ako su svojstva tla uzduž mosta promjenjiva i/ili su svojstva tla uzduž mosta približno jednolika, a duljina kontinuiranoga rasponskog sklopa premašuje odgovarajuću graničnu duljinu  $L_{lim}$ . Model koji opisuje prostornu promjenjivost treba uzeti u obzir utjecaje prolaska vala, gubitka koherencije i razlike u mehaničkim svojstvima tla uzduž mosta. Osim vremenske analize primjenom potresnih zapisa, može se upotrijebiti i pojednostavnjena

metoda proračuna. Ona se sastoji od kombinacije najnepovoljnijeg dinamičkog odziva s najnepovoljnijim učincima dobivenim kvazistatičkim proračunima, primjenom poznatog SRSS pravila. Pri tome dinamički odziv procjenjujemo uporabom jednog ulaznog potresnog djelovanja za cijelu konstrukciju, koje odgovara najnepovoljnijem tipu temeljnog tla ispod oslonaca, a kvazistatički dio odredimo zadavanjem primjerenih skupova pomaka u temeljima oslonaca rasponskog sklopa. U prvom slučaju uzimamo relativne pomake s istim predznakom, a u drugom zadajemo pomake u suprotnim smjerovima susjednih stupišta. U obavijesnom dodatku D priložene su smjernice za generiranje potresnih zapisa pomoću metode slučajnih procesa uporabom spektra snage koji odgovara elastičnom spektru odziva na osloncima i funkcije koherencije prema [6, 58]. Navode se prikladni postupci proračuna za građevine pobudene prostorno promjenjivom potresnom pobudom: primjenom linearnih, slučajnih vibracija, uporabom metode vremenskoga prirasta s generiranim potresnim zapisima i pomoću spektra odziva za prostorno promjenjivu pobudu prema [5].

U radu [26] vrlo je detaljno ocijenjena pojednostavljena metoda proračuna pri prostorno promjenjivoj pobudi, predložena normom [67]. Na temelju opsežne analize 27 građevina zaključeno je da postoje posebni slučajevi za koje se odredbe norme mogu lako i sigurno primijeniti, dok se za neke slučajeve izričito ne preporuča upotreba pojednostavljenog postupka predložene normom jer se ne dobivaju rezultati na strani veće sigurnosti. U slučajevima gdje odredbe norme nisu dovele do zadovoljavajućih rezultata predložena su alternativna rješenja i popravci nekih izraza iz norme.

U radu [13] je pokazano da se za ab lučne mostove s kolnikom gore ne preporuča upotreba pojednostavljenog postupka pri razmatranju prostorno promjenjive pobude jer je usporedba rezultata dobivenih pojednostavljenom metodom i metodama vremenske diskretizacije pokazala značajno odstupanje, pri čemu je gotovo u svim slučajevima značajno podcijenjen odziv građevine.

### 3. Numerička analiza lučnog mosta pri prostorno promjenjivoj potresnoj pobudi

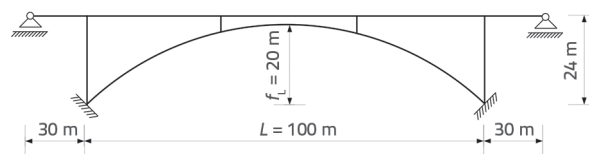
U poglavljima 1 i 2 objašnjen je fenomen prostorne promjenjivosti potresne pobude i utjecaj takve pobude na odziv građevine, navedeni su numerički postupci koji se primjenjuju

za analizu ovakvih problema i opisani su neki načini tvorbe prostorno promjenjivih potresnih zapisa potrebnih za proračune metodama vremenske diskretizacije. U ovom će se poglavlju na jednostavnom primjeru lučnog mosta objasniti seizmička analiza jedne građevine uz utjecaj prostorne promjenjivosti potresa.

#### 3.1. Numerički model mosta

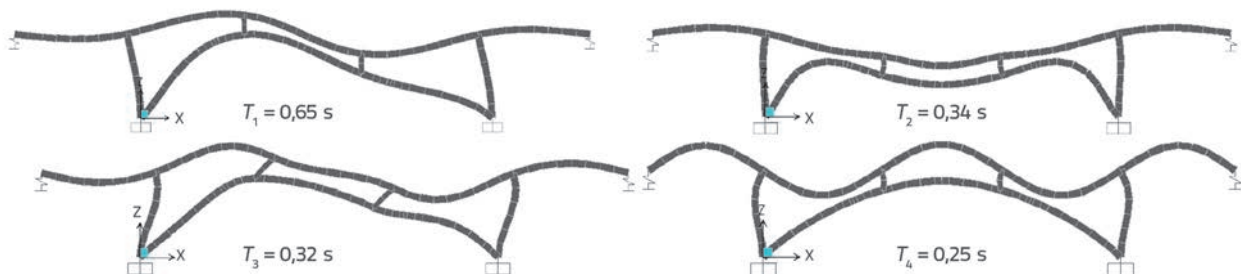
Analiziran je most s lukom u obliku lančanice  $y(x) = f_L / (m-1) \cdot \{\cosh[x / (0,5 \cdot L) \cdot \operatorname{arccosh} m] - 1\}$ , raspona  $L = 100$  m, strelice  $f_L = 20$  m i odnosa opterećenja pri peti i tjemenu  $m = 3$ . Dimenzije poprečnih presjeka rasponskog sklopa, stupova i luka preuzeti su iz [72]. Poprečni presjek luka je dvočelijasti sanduk širine 10,0 m i visine 2,0 m, debljine hrptova 30 cm u pojasnica 45 cm, s konstantnim dimenzijama duž luka. Stupovi su također sandučastog poprečnog presjeka dimenzija 3,0×1,5 m i debljine stijenke 30 cm za sve stupove. Portalni su dimenzija 4,0×2,0 m i debljine stijenke 50 cm. Rasponski sklop je armiranobetonski sanduk, širine gornje ploče 20 m i debljine 35 cm, visine sanduka 2,0 m, donjeg pojasa sanduka širine 10 m i debljine 30 cm te hrptova debljine 60 cm. Luk i rasponski sklop su od betona razreda čvrstoće C45/55, a stupovi C35/45 [71]. Na mjestu oslanjanja stupova, u luku su izvedene vertikalne poprečne diafragme debljine jednake debljini stupova.

Napravljen je ravninski štapni numerički model (slika 2.) s osloncima luka modeliranim upetim ležajevima (most je temeljen na čvrstoj stijeni). Proračun je proveden primjenom programskog paketa SAP2000 Nonlinear, inačica 14.2.4 [73].



Slika 2. Numerički model mosta

Pri definiranju numeričkog modela planirali smo uzeti u obzir geometrijsku nelinearnost, no usporedba odziva geometrijski linearnih i nelinearnih modela nije pokazala značajno odstupanje (razlika manja od 10 %). Smanjenje potresne sile zbog trošenja energije raspucavanjem betona i velikim razvlačenjem armature nije uzeto u obzir jer zbog velike tlačne sile odziv luka (pretežno)



Slika 3. Prva četiri oblika titranja mosta

nije duktilan [74]. Znači, razmatrani su samo gubici u elastičnom području.

Zbog zahtjevnosti proračuna i numeričkih poteškoća koje se mogu javiti pri rješavanju problema klasičnih vlastitih vrijednosti, proračun oblika titranja temeljen je na podprostoru Ritzovih vektora. Naime, pri dinamičkoj analizi na pobudu zadanu primjenom zapisa pomaka u vremenu koji pobuđuju više oblike titranja, potrebno je odrediti veći broj vektora radi postizanja gotovo potpunog sudjelovanja mase modela u translacijskom smjeru. Za to je trebalo 45 Ritzovih vektora. Na slici 3. prikazana su prva četiri oblika titranja modela mosta.

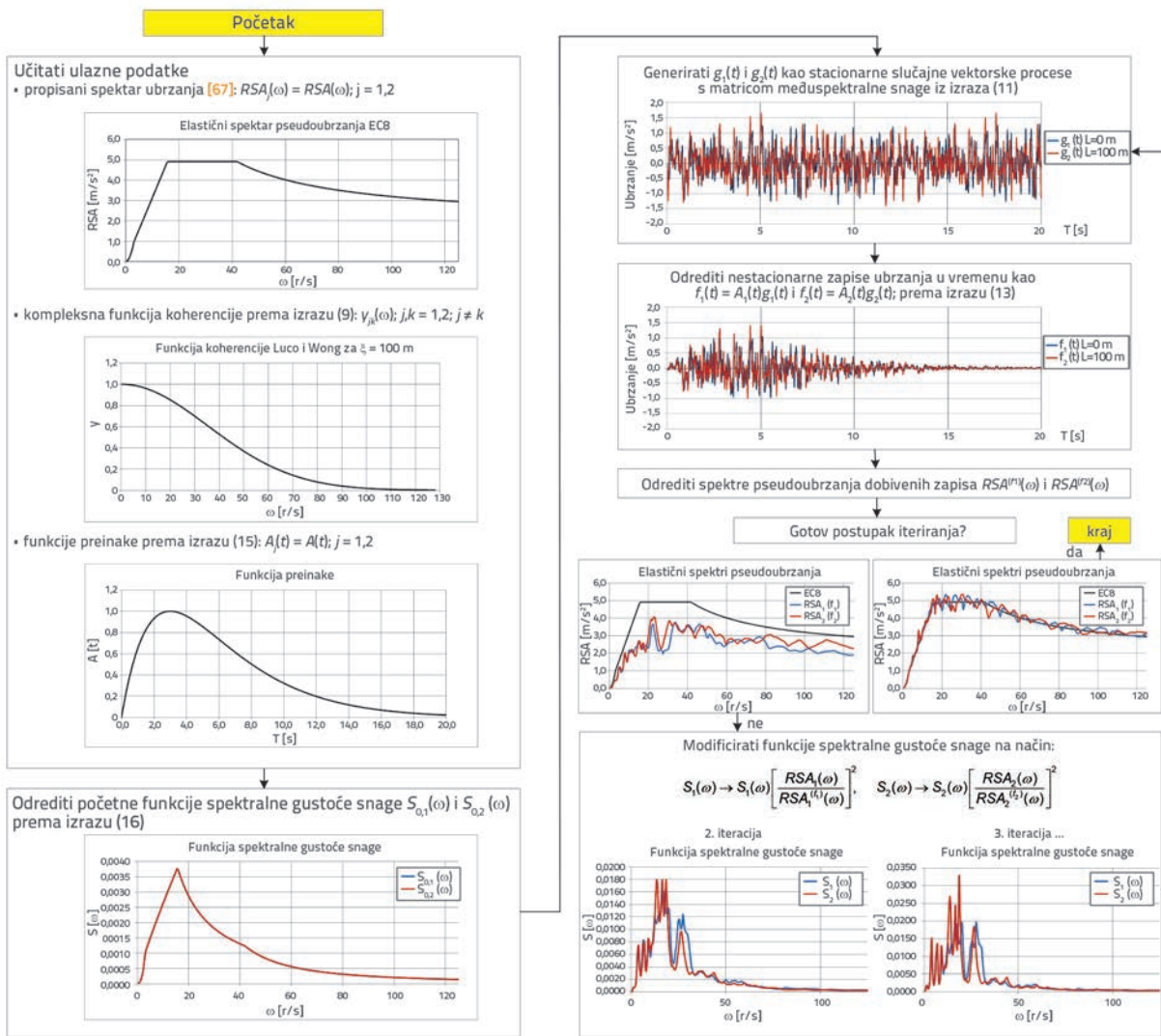
### 3.2. Djelovanja i metoda proračuna

Opterećenja uzeta u obzir pri seizmičkom proračunu jesu stalno djelovanje (vlastita težina i oprema mosta koji služi autocesti) i potresno djelovanje u smjeru osi mosta, zadanu primjenom zapisa pomaka tla.

Analizirani su sljedeći tipovi potresne pobude:

- Slučaj 1 (UNIFORM): istodobna (jednolika) potresna pobuda na osloncima,
- Slučaj 2 (COH): gubitak koherencije (beskonačna brzina potresnog vala),
- Slučaj 3 (WP): utjecaj prolaska vala uz prividnu brzinu  $V_{app} = 2500 \text{ m/s}$  (koherentni potresni valovi) i
- Slučaj 4 (COH+WP): istodobni prolazak vala WP + gubitak koherencije COH.

Potresni zapisi generirani su metodom bezuvjetne simulacije temeljene na probabilističkom modelu [63] i metodom uvjetne simulacije s osnovnim snimljenim vremenskim zapisom [65], kako je opisano u poglavlju 2.4. Primjenom bezuvjetne simulacije za tvorbu potresnih zapisa u skladu s propisanim spektrom odziva određeno je trinaest nizova zapisa za pete luka. Postupak je programiran u paketu Wolfram Mathematica [75]. Generiranje je provedeno prema



Slika 4. Shema iteracijskog postupka generiranja potresnih zapisa kompatibilnih sa spektrom odziva



iteracijskoj shemi prikazanoj na slici 4. Za većinu zapisa trebalo je manje od pet iteracija za dobro podudaranje elastičnih spektara odziva generiranih zapisa s propisanim elastičnim spektrom.

Pri generiranju potresnih zapisa na stijeni uzduž mosta odabrano je:  $V_{app} = 2500$  m/s i funkcija koherencije prema [58] s niskom vrijednosti parametra pada koherencije  $\alpha = 2,0 \times 10^{-4}$  [8]. Elastični spektar odziva za horizontalno potresno djelovanje je sadašnje europske norme [68] definiran je tipom spektra 1 ( $M_s > 5,5$ ), prigušenjem  $\zeta = 5\%$ , vršnim ubrzanjem tla  $a_{gR} = 0,20$  g, proračunskim ubrzanjem tla  $a_g = g$ ;  $a_{gR} = 0,20$  g i kategorijom tla A ( $S = 1,00$ ;  $T_B = 0,15$  s;  $T_C = 0,40$  s,  $T_D = 2,0$  s).

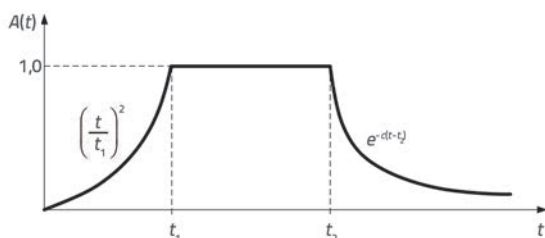
Uz navedene pretpostavke trebalo je odrediti i funkciju preinake (kako bismo iz generiranih stacionarnih zapisa dobili nestacionarne zapise), zatim početnu funkciju spektralne gustoće snage i potreban broj koraka. Ukupno trajanje zapisa iznosi  $T = 20$  s, uz vremenski korak od  $\Delta t = 0,01$  s (broj podataka je  $T/\Delta t = 2000$ ).

Gornja granična vrijednost frekvencije je pretpostavljena kao  $\omega_u = 128$  rad/s. Uzorkovanje frekvencija je napravljeno za ukupan broj od  $N = 256$  frekvencija na razmaku od  $\Delta\omega = \omega_u/N = 0,5$  rad/s. Funkcija preinake određena je prema [76] kao:

$$A_j(\omega, t) = A_j(t) = a_1 \cdot t \cdot e^{-a_2 t} \quad (15)$$

pri čemu su  $a_1$  i  $a_2$  parametri ovisni o magnitudi potresa i epicentralnoj udaljenosti, a u radu su prema [20] uzeti s vrijednostima  $a_1 = 0,906$  i  $a_2 = 1/3$ .

Kod izbora duljine zapisa te funkcije preinake i parametara koji je definiraju treba imati na umu da sadašnja europska norma za protupotresno projektiranje [68] u točki 3.2.3.1.2(3) vezanoj za generiranje umjetnih akcelorograma definira najmanje trajanje stacionarnog dijela akcelorograma od 10 s ako nisu dostupni podaci za određenu lokaciju. Postoje različite funkcije preinake koje bismo mogli upotrijebiti za generiranje zapisa u skladu s normom, no spomenuti zahtjev lako se može postići primjenom funkcije preinake koja ima konstantnu vrijednost u središnjem dijelu trajanja (slika 5.). Često se koriste trapezna funkcija [77], funkcija koju su razvili Amin i Ang [78] ili funkcija prema Jenningsu i suradnicima [79].



Slika 5. Funkcija preinake [79]

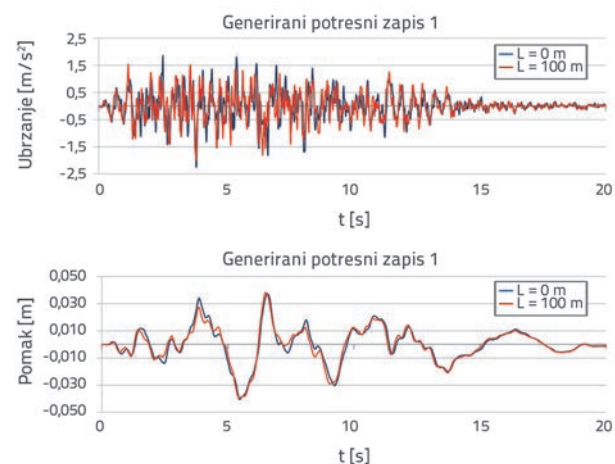
U radu je za početnu funkciju spektralne gustoće snage, radi što manjeg broja iteracija potrebnog za dobro poklapanje elastičnih spektara odziva generiranih zapisa s propisanim spektrom,

odabrana funkcija ovisna o ordinatama propisanog spektra prema [12]:

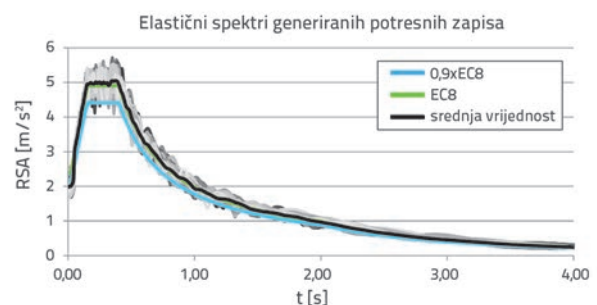
$$S(\omega) = -\frac{\zeta}{\pi\omega} \cdot \frac{RSA^2(\omega)}{\ln(-\frac{\pi}{\omega T} \ln p)} \quad (16)$$

U izrazu (16) je  $\zeta$  koeficijent prigušenja,  $RSA$  označava ordinate propisanog spektra,  $T$  je ukupno trajanje zapisa, a  $p$  je probabilistički koeficijent  $p \geq 0,85$  (u radu je uzeto  $p = 0,85$ ).

Zbog velikog broja generiranih zapisa ( $13 \times 2$ ), na slici 6. je prikazan samo jedan niz zapisa ubrzanja i pripadnih pomaka (dobivenih dvostrukom integracijom obrađenih zapisa). Elastični spektri odziva svih generiranih zapisa prikazani su na slici 7. Crnom je bojom označena srednja vrijednost svih spektara, a plavom propisani elastični spektar pomnožen s faktorom 0,9.



Slika 6. Generirani zapisi ubrzanja tla i pripadni zapisi pomaka dobiveni postupkom bezuvjetne simulacije



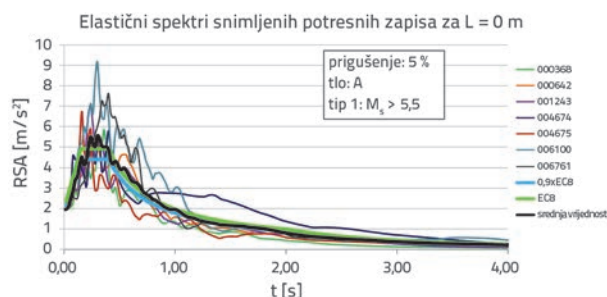
Slika 7. Elastični spektri odziva potresnih zapisa generiranih bezuvjetnom simulacijom

Postupkom uvjetne simulacije generirano je sedam nizova zapisa za različite oslonce mosta koristeći zapise zabilježene na stjenovitom tlu. Zapisi su odabrani iz europske baze podataka *ESD* [69, 70] primjenom programa REXEL, inačica 3.5 [70]. Srednja vrijednost ordinata elastičnih spektara odziva pojedinih zapisa u skladu je s propisanim spektrom iz europske norme. Točnije, ordinata prosječnog spektra odziva skupine potresa

mora biti veća od 90-postotne vrijednosti propisanog elastičnog spektra u području perioda od  $0,2T_1$  do  $1,5T_1$  [67, 68].

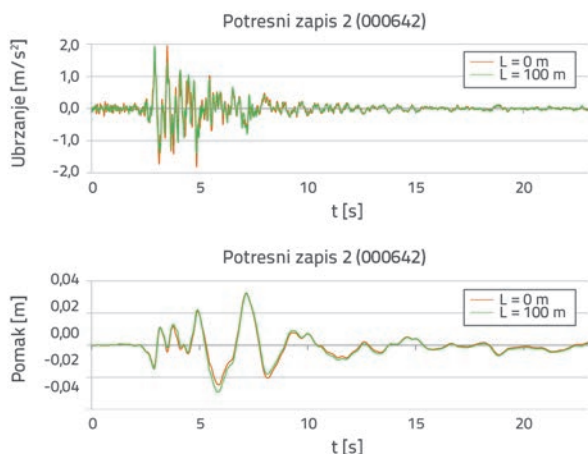
Postupak generiranja proveden je pomoću postojećeg fortranskog programskog koda SIMQKE-II [66], u koji je dodana nova funkcija koherencije.

Na slici 8. različitim su bojama prikazani elastični spektri odziva pojedinih snimljenih potresnih zapisa. Crnom je bojom označena srednja vrijednost svih spektara, a plavom propisani elastični spektar za navedene ulazne parametre pomnožen s faktorom 0,9. Spektralne krivulje za sve zapise su određene primjenom programa Seismospect [80]. Oznake zapisa, primjerice 000368, u skladu su s oznakama iz europske baze potresnih zapisa ESD [69].



Slika 8. Elastični spektri odziva snimljenih potresnih zapisa potrebnih za uvjetnu simulaciju

Kao što je spomenuto u poglavlju 2., za postupak uvjetne simulacije koristimo funkcije spektralne gustoće snage i funkcije koherencije, za više stacionarnih vremenskih odsječaka koji se ne preklapaju. Zbog toga je nakon definiranja funkcije koherencije trebalo odrediti stacionarne vremenske odsječke pojedinih zapisa i funkciju spektralne gustoće snage za svaki odsječak. Vremenski korak svih zapisa ubrzanja je  $\Delta t = 0,01$  s, a broj vremenskih koraka unutar pojedinog stacionarnog vremenskog odsječka mora biti  $2^n$  jer se u simulaciji koriste inverzne brze Fourierove transformacije.



Slika 9. Zabilježeni i generirani zapisi ubrzanja tla s pripadnim zapisima pomaka dobiveni postupkom uvjetne simulacije

Zapis ubrzanja se u svakom stacionarnom vremenskom odsječku trajanja  $T$  definira kao  $a_j(t)$  pri čemu je  $t_j = \ell \Delta t$  ( $\ell = 0, \dots, N_j$ ) diskretni trenutak. Upotrijebljen je jednak broj uzoraka za definiranje frekvencijskog i vremenskog koraka ( $\ell = n = N_j$ ).

Jedan niz zabilježenih ( $L = 0$  m) i generiranih ( $L = 100$  m) zapisa ubrzanja tla s pripadnim pomacima prikazan je na slici 9.

Za obradu zapisa upotrijebili smo program Seismospect [80], a obradu izvršili prema smjernicama Liaoa i Zerve [81]. Svi generirani potresni zapisi su popravljivi po osnovnoj liniji uz primjenu linearne funkcije. Frekvencije su filtrirane pomoću Butterworthovog visokopropusnog filtra 4. reda, pri čemu je granična frekvencija određena prema [81] i iznosi  $f_c = 0,13$  Hz za generirani zapis trajanja 20 s.

Za numeričku provedbu proračuna primijenili smo metodu izravne integracije Hilber-Hughes-Taylor s  $\alpha = 0$  (skraćeno, HHT $\alpha$ ), uz vremenski korak od 0,001 s. Da bi se u numeričkim analizama za zapisima pomaka dobili što točniji rezultati, preporučljivo je upotrijebiti relativno mali vremenski korak. Naime, kao što je poznato, pomaci su kubne funkcije, dok su ubrzanja linearne funkcije unutar svakog vremenskog odsječka pa se za vremensku analizu sa zapisima pomaka treba koristiti manji vremenski korak ili rješenje višeg reda [60]. Zadan je Rayleighijev tip prigušenja [54], pri čemu prigušenje prvog oblika titranja i onog oblika titranja za koji ukupni koeficijent doprinosa mase prelazi 90 %, iznosi  $\zeta = 5$  %.

Analiziran je odziv na opterećenje s 20 nizova zapisa (sedam dobivenih uvjetnom simulacijom i trinaest dobivenih bezuvjetnom simulacijom) za četiri tipa pobude, što ukupno daje 80 slučajeva opterećenja. U daljnjem tekstu navedeni su samo ključni rezultati u luku kao glavnom nosivom elementu mosta.

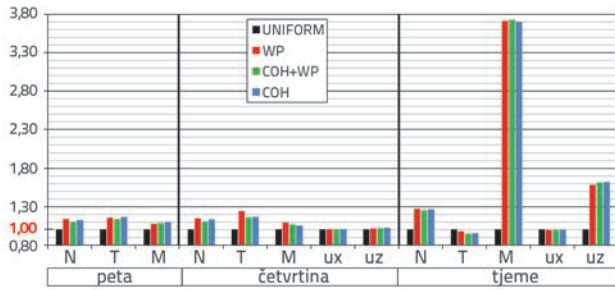
### 3.3. Obrada i analiza rezultata

Za svako analizirano mjesto (peta, četvrtina i tjeme luka) i za svaki niz zapisa (ukupno 20) određen je omjer apsolutne vršne vrijednosti odziva za prostorno promjenjivu i jednoliku pobudu prema izrazu:

$$\rho = \frac{\text{maks. odziv za tip prostorno promjenjive pobude (COH, WP ili COH+WP)}}{\text{maks. odziv za jednoliku pobudu (UNIFORM)}} \quad (17)$$

Ako je omjer  $\rho > 1$ , prostorno promjenjiva pobuda ima nepovoljan utjecaj na seizmički odziv u odnosu na jednoliku pobudu. Analizirane su vrijednosti uzdužnih sila  $N$ , poprečnih sila  $T$ , momenata savijanja  $M$  te apsolutnih horizontalnih  $u_x$  i vertikalnih pomaka  $u_z$ . Nakon što je određen omjer  $\rho$  svih traženih vrijednosti za svaki niz zapisa (20 nizova zapisa  $\times$  3 tipa prostorno promjenjive pobude), određena je aritmetička sredina omjera posebno za svaki tip prostorno promjenjive pobude (COH, WP i COH+WP) i standardna devijacija koja je za sve slučajeve manja od jedne trećine pripadnog omjera ( $\sigma < 1/3 \rho$ ).

Na slici 10. su prikazane aritmetičke sredine omjera posebno za svaki tip prostorno promjenjive pobude (COH, WP i COH+WP).



Slika 10. Aritmetičke sredine omjera unutarnjih sila i pomaka luka za tipove prostorno promjenjive pobude

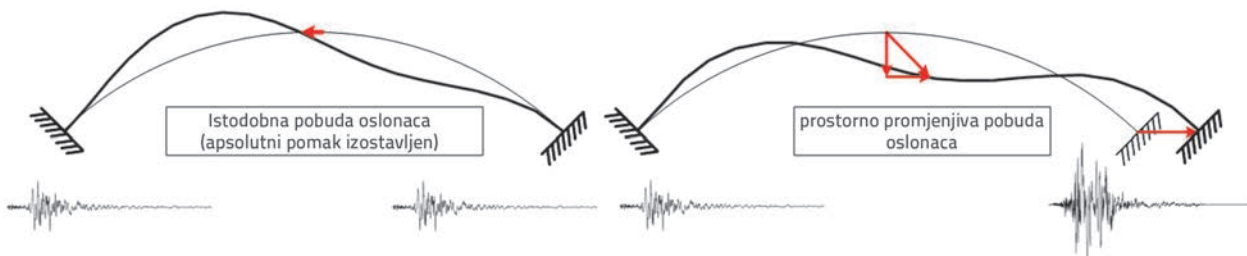
Najnepovoljniji utjecaj prostorno promjenjive pobude se javlja za moment savijanja u tjemenu pri pobudi COH+WP i iznosi čak  $\rho = 3,63$ . Najveće povećanje pomaka ustanovljeno je za vertikalni pomak tjemena luka pri pobudi s COH i iznosi  $\rho = 1,59$ . Vrlo nepovoljan odziv u tjemenu je logičan. Naime pri istodobnoj translacijskoj potresnoj pobudi oslonaca, tjeme luka simetričnog mosta vertikalno miruje jer nisu pobuđeni simetrični oblici titranja, dok su pri prostorno promjenjivoj pobudi pobuđeni i simetrični i antisimetrični oblici (slika 11.).

Istodobna pobuda oslonaca daje rezultate na strani veće sigurnosti za proračun poprečne sile u tjemenu te prihvatljive rezultate (razlike u odnosu na prostorno promjenjivu pobudu manje od  $\pm 10\%$ ) za horizontalne pomake luka, vertikalni pomak u četvrtini raspona luka, momente savijanja u peti i četvrtini luka. Povećanje poprečne sile u četvrtini luka iznosi 1,23 za pobudu WP, a u peti 1,15 za pobudu COH. Najveće povećanje uzdužnih sila u odnosu na istodobnu pobudu oslonaca se javlja

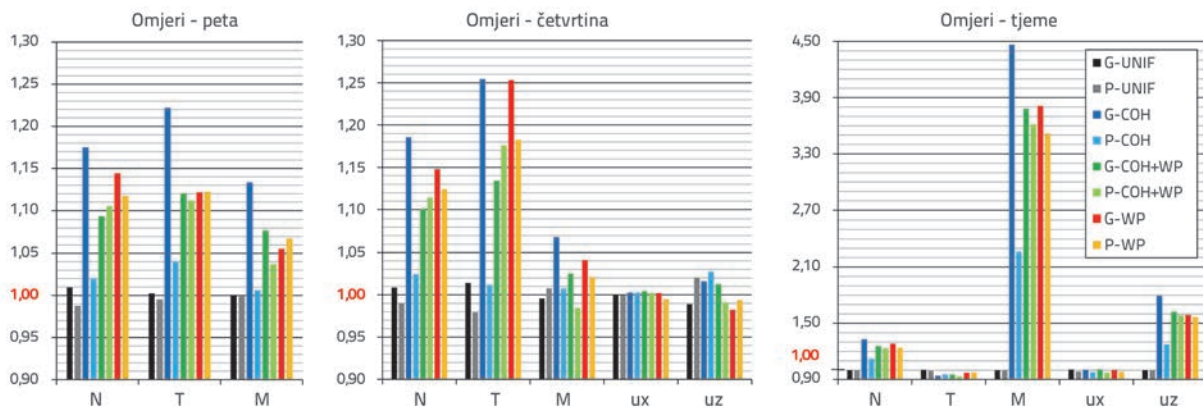
u tjemenu luka za pobudu WP i iznosi 1,25, dok je u četvrtini 1,14, a u peti 1,13.

Na slici 12. su prikazane aritmetičke sredine omjera posebno za zapise generirane bezuvjetnom simulacijom (oznake G) i zapise generirane uvjetnom simulacijom (oznake P).

Iz slike 12. je vidljivo da primjena potresnih zapisa generiranih postupkom bezuvjetne simulacije daje uglavnom rezultate na strani veće sigurnosti. Ipak, treba imati na umu da se takvi "umjetni" zapisi koriste zbog pomanjkanja snimljenih zapisa i oni ne mogu realno opisati potresnu pobudu. Prednost upotrebe takve simulacije jest u jednostavnom i brzom generiranju velikog broja zapisa (jednom kad se napravi računalni program), što je korisno kod parametarskih analiza. Postupak uvjetne simulacije uporabom snimljenih zapisa je zahtjevniji jer je najprije potrebno iz neke baze zapisa naći niz zapisa prikladnih za promatranu lokaciju (što nije uvijek moguće), uzimajući u obzir pravila sadašnjih propisa i dodatnu obradu (popravlak osnovne linije i filtriranje). Zatim, za svaki odabrani zapis treba odrediti vremenske odsječke i funkciju spektralne gustoće snage, pri čemu treba paziti da broj vremenskih koraka unutar pojedinog stacionarnog vremenskog odsječka bude  $2^n$  jer se u simulaciji koriste inverzne brze Fourierove transformacije. Takav je postupak vrlo teško potpuno automatizirati. Tek nakon provedenih navedenih predradnji, možemo provesti postupak generiranja zapisa za ostale oslonce mosta. Na taj način zapisi zadržavaju izvorna svojstva zapisa (primjerice, frekvencijski sadržaj signala) pa mogu realnije simulirati potresnu pobudu od "umjetnih" zapisa generiranih primjenom nekog probabilističkog modela. Uzimajući u obzir navedene spoznaje,



Slika 11. Relativni pomaci luka u trenutku  $t = 5$  s pri istodobnoj i prostorno promjenjivoj pobudi oslonaca



Slika 12. Aritmetičke sredine omjera unutarnjih sila i pomaka luka za tipove prostorno promjenjive pobude ovisne o metodi generiranja zapisa

predlaže se da se ovisno o složenosti problema (primjerice, projektiranje ili teorijske parametarske analize) odabere postupak generiranja zapisa. Istaknimo da posebnu pažnju treba posvetiti obradi zapisa ubrzanja jer se u programskim paketima pri prostorno promjenjivoj pobudi uglavnom rabe zapisi pomaka.

Iz rezultata je vidljivo da utjecaj prostorne promjenjivosti potresne pobude ne smijemo olako zanemariti. Važno je spomenuti i da rezultati pokazuju kako se pravila iz sadašnjih normi za protupotresno projektiranje mostova [67], upozoravajući na to da se u slučaju približno jednolikih svojstava tla uzduž mosta prostorna promjenjivost mora razmotriti ako je duljina mosta veća od 400 m za stjenovita tla - ne mogu sigurno upotrijebiti za proračun svih mostova. Norma jednako pristupa svim nosivim sustavima mostova, iako je poznato da svojstva statičkih sustava značajno utječu na odziv građevina na prostorno promjenjivu potresnu pobudu.

I na kraju, treba istaknuti ograničenja priloženog primjera. Kao što je spomenuto, napravljena je ravninska analiza mosta uz pobudu zadanu u smjeru osi mosta. U slučaju prostorne analize građevine primjenom metoda vremenske diskretizacije, opterećenje bi trebalo zadati istodobno djelujućim vremenskim zapisima pomaka tla (na osloncima) u tri međusobno ortogonalna smjera (uzdužni smjer mosta, poprečni smjer mosta u odnosu na glavnu os i vertikalni smjer), a pri generiranju potresnih zapisa moglo bi se pretpostaviti da su statistički nezavisni pa provesti simulacije za svaki smjer posebno.

Dodatno, u primjeru nije uzet u obzir utjecaj geoloških svojstava područja i lokalnih uvjeta temeljenja jer se zbog velikog potiska lučni mostovi s kolnikom gore grade uglavnom na stjenovitom tlu. Ako bi oslonci nekog mosta bili na međusobno različitim tlama, potresni bi se zapisi mogli generirati prema shemi sa slike 4., ali bi osloncima trebalo pridružiti pripadajuće spektre odziva s obzirom na kategoriju tla (poglavlje 2.4). Iako bi u takvim simulacijama trebalo upotrijebiti funkciju koherencije koja bi uzimala u obzir promjene u svojstvima tla na osloncima, ona nažalost ne postoji jer su sve funkcije koherencije izvedene za homogene uvjete tla. Dodatno, prilikom zadavanja utjecaja vremenskog prolaska vala pretpostavljamo širenje potresnog vala u jednom smjeru, konstantnom prividnom brzinom po površini tla što očito nije realno za slučajeve s nepravilnom podzemnom topografijom. Za složeniji pristup modeliranju geoloških svojstava područja čitatelja još jednom upućujemo na radove [8, 10-12]. Imajući u vidu zahtjevnost takvih proračuna i malu pouzdanost ulaznih podataka (seizmička pobuda, tlo...), za inženjersku je praksu dovoljno primijeniti prikazani, uobičajeni, pristup temeljen na primjeni različitih spektara za drugačije tipove tala ispod oslonaca.

#### 4. Zaključak

Prostornom promjenjivošću potresne pobude definiramo razlike u seizmičkom gibanju na različitim lokacijama tla. Prva, jednostavnija istraživanja tog fenomena, tada definiranog kao kašnjenje potresnog vala na udaljenije oslonce mosta, su započela šezdesetih godina prošlog stoljeća. Nakon što su u različitim dijelovima svijeta postavljeni nizovi blisko raspoređenih mjernih stanica kojima su zabilježena gibanja tla tijekom potresa, čime su dobiveni vrijedni podaci, uočene su i ostale pojave koje uzrokuju prostornu promjenjivost u gibanju tla. Također, takvi su podaci bili temelj za stvaranje modela prostorne promjenjivosti potresne pobude koji se danas koriste.

Napretkom znanja o samom fenomenu prostorne promjenjivosti potresa, tehnologije i snage računala, istraživanja su postala opsežnija i sveobuhvatnija. Ovome je radu priložen opsežan opis bibliografskih jedinica u kojima se mogu naći istraživanja odziva mostova različitih nosivih sustava pri prostorno promjenjivoj pobudi. Iako je provedeno mnogo istraživanja odziva mostova, prema trenutačnim spoznajama, još uvijek za pojedini tip konstrukcije nije moguće predvidjeti hoće li prostorno promjenjiva potresna pobuda nepovoljno utjecati na odziv, što bi bilo posebno važno za projektiranje. Zbog toga ugledne međunarodne organizacije predlažu daljnja istraživanja odziva mostova različitih dispozicija orijentirana prema inženjerskoj praksi. Zanimljivo je istaknuti da su svi novi i postojeći veći mostovi u Kaliforniji (u sklopu programa seizmičke obnove) analizirani na prostorno promjenjivu potresnu pobudu [82]. Iako europska norma za protupotresno projektiranje mostova predlaže pojednostavljeni postupak seizmičkog proračuna pri prostorno promjenjivoj potresnoj pobudi, istraživanjima je dokazana slaba primjenjivost preporučenog postupka. Zbog toga je u radu posebna pažnja usmjerena na postupke tvorbe prostorno promjenjivih zapisa koji se koriste u primjeni metoda vremenske diskretizacije koje, premda numerički i vremenski zahtjevnije, predstavljaju najmoćniji alat za seizmički proračun konstrukcija. Dodatno, radi boljšeg objašnjenja ovog složenog postupka, prikazana je metodologija proračuna i primjena na armiranobetonski lučni most. Primijenjena je metoda vremenske diskretizacije  $HHT\alpha$  uz uporabu potresnih zapisa generiranih metodama uvjetne simulacije s osnovnim snimljenim vremenskim zapisom i bezuvjetne simulacije temeljene na probablističkom modelu, u skladu s propisanim elastičnim spektrom odziva. Odzivi mosta pri istodobnoj potresnoj pobudi oslonaca uspoređeni su s odzivima pri prostorno promjenjivoj pobudi koja uključuje učinke prolaska i gubitka koherencije potresnog vala. Za razmatrani most raspona 100 m pokazano je da fenomen prostorne promjenjivosti potresne pobude nepovoljno utječe na odziv većine razmatranih veličina u luku mosta. Pri tome treba posebno istaknuti nepovoljno djelovanje prostorno promjenjive pobude u tjemenu gdje povećanje momenta savijanja iznosi čak 3,63 puta u odnosu na istodobnu pobudu oslonaca. Zbog toga bi trebalo uzeti u obzir prostornu promjenjivost potresne pobude (sa svim potrebnim utjecajima) pri seizmičkoj analizi sličnih nosivih sustava.

## LITERATURA

- [1] Mylonakis, G., Simeonov, V., Reinhorn, A.M., Buckle, I.G.: Implications of Spatial Variation of Ground Motion on the Collapse of Sr14/15 Southbound Separation and Overhead Bridge in the Northridge Earthquake, *ACI International – Special Publication*, SP-187, 1999.
- [2] Burdette, N.J., Elnashai, A.S., Lupoi, A., Sextos, A.G.: *The Effect of Asynchronous Earthquake Motion on Complex Bridges*, MAE Report No. 06 03, Mid-America Earthquake Center (MAE), University of Illinois at Urbana Champaign, Urbana, IL, SAD, 2006.
- [3] Bogdanoff, J.L., Goldberg, J.E., Schiff, A.J.: The Effect of Ground Transmission Time on the Response of Long Structures, *Bulletin Of Seismological Society of America*, 55, pp. 627-640, 1965.
- [4] Zerva, A., Zervas, V.: Spatial Variation of Seismic Ground Motions: An Overview, *Applied Mechanics Reviews*, ASME, 55, 3, pp. 271-297, 2002., <http://dx.doi.org/10.1115/1.1458013>
- [5] Der Kiureghian, A., Neuenhofer, A.: *A Response Spectrum Method for Multiple-Support Seismic Excitations*, UCB/EERC-91/08, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, SAD, 1991.
- [6] Der Kiureghian, A.: A Coherency Model for Spatially Varying Ground Motions, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25, pp. 99-111, 1996., [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9845\(199601\)25:1<99::AID-EQE540>3.0.CO;2-C](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1096-9845(199601)25:1<99::AID-EQE540>3.0.CO;2-C)
- [7] Abrahamson, N.A.: Spatial variation of multiple support inputs, *Proceedings of the First U.S. Seminar, Seismic Evaluation and Retrofit of Steel Bridges*, University of California, Berkeley, SAD, 1993.
- [8] Zerva, A.: *Spatial Variation of Seismic Ground Motions: Modeling and Engineering Applications*, CRC Press, Taylor, Francis Group, 2009.
- [9] O'Rourke, M.J., Bloom, M.C., Dobry, R.: Apparent Propagation Velocity of Body Waves, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10, pp. 283-294, 1982., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.4290100209>
- [10] Sextos, A.G., Pitilakis, K.D., Kappos, A.J.: Inelastic Dynamic Analysis of RC Bridges Accounting for Spatial Variability of Ground Motion, Site Effects and Soil-structure Interaction Phenomena. Part 1: Methodology and Analytical Tools, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 32, pp. 607-627, 2003., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.241>
- [11] Sextos, A.G., Kappos, A.J., Pitilakis, K.D.: Inelastic Dynamic Analysis of RC Bridges Accounting for Spatial Variability of Ground Motion, Site Effects and Soil-structure Interaction Phenomena. Part 2: Parametric Study, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 32, pp. 629-652, 2003., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.242>
- [12] Bi, K., Hao, H.: Modelling and simulation of spatially varying earthquake ground motions at sites with varying conditions, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 29, pp. 92-104, 2012., <http://dx.doi.org/10.1016/j.probengmech.2011.09.002>
- [13] Šavor Novak, M.: *Utjecaj prostorne promjenjivosti potresne pobude na odziv armiranobetonskih lučnih mostova*, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Zagreb, 2013.
- [14] Harichandran, R. S., Wang, W.: Response of indeterminate two span beam to spatially varying earthquake excitation, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, pp. 173-187, 1990., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.4290190203>
- [15] Leger, P., Ide, I.M., Paultre, P.: Multiple-Support Seismic Analysis of Large Structures, *Computers and Structures*, 36(6): pp. 1153-1158, 1990., [http://dx.doi.org/10.1016/0045-7949\(90\)90224-P](http://dx.doi.org/10.1016/0045-7949(90)90224-P)
- [16] Zerva, A.: Response of Multi-Span Beams to Spatially Incoherent Seismic Ground Motions, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19: pp. 819-832., 1990., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.4290190604>
- [17] Monti, G., Nuti, C., Pinto, P.E.: Nonlinear response of bridges under multi support excitation, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 122, pp. 1147-1159, 1996., [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1996\)122:10\(1147\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1996)122:10(1147))
- [18] Der Kiureghian, A., Keshishian, P. G., Hakopian, A.: *Multiple Support Response Spectrum Analysis of Bridges Including the Site-Response Effect*, the MSRS Code, UCB/EERC-97/02, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, SAD, 1997.
- [19] Tzanetos, N., Elnashai, A.S., Hamdan, F.H., Antoniou, S.A.: Inelastic Dynamic Response of RC Bridges subjected to Spatial Non-Synchronous Earthquake Motion, *Advances in Structural Engineering*, 3, 3, pp. 191-214, 2000., <http://dx.doi.org/10.1260/1369433001502148>
- [20] Shinozuka, M., Saxena, V., Deodatis, G.: *Effect of spatial variation of ground motion on highway structures*, Technical Report MCEER 00 0013, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research (MCEER), University at Buffalo, State University of New York, Buffalo, NY, SAD, 2000.
- [21] Zanardo, G., Hao, H., Modena, C.: Seismic Response of Multi-Span Simply Supported Bridges to a Spatially Varying Earthquake Ground Motion, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31, pp. 1325-1345, 2002., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.166>
- [22] Lupoi, A., Franchin, P., Pinto, P.E., Monti, G.: Seismic Design of Bridges Accounting for Spatial Variability of Ground Motion, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 34, pp. 327-348, 2005., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.444>
- [23] Lou, L., Zerva, A.: Effects of spatially variable ground motions on the seismic response of a skewed, multi-span, RC highway bridge, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25, pp. 729-740, 2005., <http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2004.11.016>
- [24] Chou, N., Hao, H.: Significance of SSI and non-uniform near-fault ground motions in bridge response I: Effect on response with conventional expansion joint, *Engineering Structures*, 30, pp. 141-153, 2008., <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.03.002>
- [25] Chou, N., Hao, H.: Significance of SSI and non-uniform near-fault ground motions in bridge response II: Effect on response with modular expansion joint, *Engineering Structures*, 30, pp. 154-162, 2008., <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.02.020>
- [26] Sextos, A., Kappos, A.J.: Evaluation of Seismic Response of Bridges under Asynchronous Excitation and Comparisons with Eurocode 8-2 Provisions, *Bulletin of Earthquake Engineering*, Vol. 7, pp. 519-545, 2009., <http://dx.doi.org/10.1007/s10518-008-9090-5>
- [27] Konakli, K., Der Kiureghian, A.: *Stochastic Dynamic Analysis of Bridges Subjected to Spatially Varying Ground Motions*, PEER Report 2011/105, Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, SAD, 2011.
- [28] Rubin, L.I., Abdel-Ghaffar, A.M., Scanlan, R.H.: *Earthquake Response of Long-span Suspension Bridges*, Report No. 83-SM-13, Department of Civil Engineering, Princeton University, NJ, SAD, 1983.
- [29] Abdel-Ghaffar, A.M., Stringfellow, R.G.: Response of Suspension Bridges to Traveling Earthquake Excitations: Part I. Vertical Response, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 3, pp. 62-72, 1984., [http://dx.doi.org/10.1016/0261-7277\(84\)90001-9](http://dx.doi.org/10.1016/0261-7277(84)90001-9)

- [30] Abdel-Ghaffar, A.M., Stringfellow, R.G.: Response of Suspension Bridges to Traveling Earthquake Excitations: Part I. Lateral Response, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 3, pp. 73-81, 1984., [http://dx.doi.org/10.1016/0261-7277\(84\)90002-0](http://dx.doi.org/10.1016/0261-7277(84)90002-0)
- [31] Nazmy, A.S., Abdel-Ghaffar, A.M.: *Seismic Response Analysis of Cable-Stayed Bridges Subjected to Uniform and Multiple-Support Excitations, Report No. 87-SM-1*, Department of Civil Engineering, Princeton University, NJ, SAD, 1987.
- [32] Nazmy, A.S., Abdel-Ghaffar, A.M.: Effects of Ground Motion Spatial Variability on the Response of Cable-Stayed Bridges, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21, pp. 1-20, 1992., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.4290210101>
- [33] Harichandran, R.S., Hawwari, A., Sweidan, B.N.: Response of Long-span Bridges to Spatially Varying Ground Motion, *Journal of Structural Engineering*, May 1996, pp. 476-484, 1996.
- [34] Wang, J.J., Hu, S.D., Wei, X.: Effects of Engineering Geological Condition on Response of Suspension Bridges, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 18, pp. 297-304, 1999., [http://dx.doi.org/10.1016/S0267-7261\(99\)00002-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0267-7261(99)00002-0)
- [35] Allam, S.M., Datta, T.K.: Seismic Behavior of Cable-Stayed Bridges under Multi-Component Random Ground Motion, *Engineering Structures*, 21, pp. 62-74, 1999., [http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296\(97\)00141-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296(97)00141-7)
- [36] Allam, S.M., Datta, T.K.: Analysis of Cable-Stayed Bridges under Multi-Component Random Ground Motion by Response Spectrum Method, *Engineering Structures*, 22, pp. 1367-1377, 2000., [http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296\(99\)00076-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296(99)00076-0)
- [37] Soyuluk, K., Dumanoglu, A.A.: Comparison of Asynchronous and Stochastic Dynamic Responses of a Cable-Stayed Bridge, *Engineering Structures*, 22, pp. 435-445, 2000., [http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296\(98\)00126-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296(98)00126-6)
- [38] Soyuluk, K., Dumanoglu, A.A.: Spatial Variability Effects of Ground Motions on Cable-stayed Bridges, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 24, pp. 241-250, 2004., <http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2003.11.005>
- [39] Soyuluk, K., Sicacik, E.A.: Soil-structure interaction analysis of cable-stayed bridges for spatially varying ground motion components, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 35, pp. 80-90, 2012., <http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2011.11.003>
- [40] Yang, C.: *Seismic Analysis of Long Span Bridges Including the Effect of Spatial Variation of Seismic Waves on Bridges*, Phd Dissertation, The Hong Kong University of Science and Technology, 2007.
- [41] Dusseau, R.A.: *Unequal Seismic Support Motions of Steel Deck Arch Bridges*, Phd Thesis, Michigan State University, University Microfilms International, 1985.
- [42] Dusseau, R.A., Wen, R.K.: Seismic Response of Deck-type Arch Bridges, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 18, pp. 701-715, 1989., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.4290180509>
- [43] Nazmy, A.S.: Earthquake-response Characteristics of Long-span Arch Bridges, *Proc. of the 11th World Conference on Earthquake Engineering*, Acapulco, Meksiko, Paper No. 1309, 1996.
- [44] Kawashima, K., Mizoguti, A.: Seismic Response of a Reinforced Concrete Arch Bridge, *Proc. of the 12th World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland, Novi Zeland, Paper No.1824, 2000.
- [45] Zanardo, G., Pellegrino, C., Bobisut, C., Modena, C.: Performance Evaluation of Short Span Reinforced Concrete Arch Bridges, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol.9, 5, p. 424-434, 2004., [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0702\(2004\)9:5\(424\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0702(2004)9:5(424))
- [46] Šavor, M., Lazarević, D., Šavor, Z.: Seismic Response of Concrete Arch Bridges to Multiple-Support Excitation, *Proc. of 3rd Chinese-Croatian Joint Colloquium on Sustainable Arch Bridges*, Radić, J., Chen, B. (Eds.), SECON-CSSE, Zagreb, pp. 175-182, 2011.
- [47] Šavor, M., Lazarević, D., Atalić, J.: Influence of Spatial Variability of Ground Motion on Response of Large Concrete Arch Bridges, *Proc. of IABSE-IASS Symposium 2011, Taller, Longer, Lighter*, Hemming Group Ltd, London, UK, pp. 160-160, 2011.
- [48] fib, *Seismic Bridge Design and Retrofit – Structural Solutions*, Bulletin 39, International Federation for Structural Concrete, 2007.
- [49] Norman, J.A.P., Crewe, A.J.: Development and Control of a Novel Test Rig for Performing Multiple Support Testing of Structures, *Proceeding of the 14th World Conference on Earthquake Engineering*, Beijing, Kina, 2008. <http://www.14wcee.org/>
- [50] Severn, R.: Pioneering Experimental Activity in Structural Dynamics – A Personal Odyssey, *Proceeding of SPEAR, International Workshop*, eds. Fardis, M., Negro, P., Ispra, Italija, pp. 1-18, 2005.
- [51] Pinto, A.V., Pegon, P., Magonette, G., Tsionis, G.: Pseudo-Dynamic Testing of Bridges Using Non-linear Substructuring, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 33, pp. 1125-1146, 2004., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.393>
- [52] Li, B., Chouw, N.: Experimental investigation of inelastic bridge response under spatially varying excitations with pounding, *Engineering Structures*, 79, pp. 106-116, 2014., <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.08.012>
- [53] Li, B., Bi, K., Chouw, N., Butterworth, J.W., Hao, H.: Experimental investigation of spatially varying effect of motions on bridge pounding, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 41(14), pp. 1959-1976, 2012.
- [54] Chopra, A.K.: *Dynamics of Structures, Theory and Application to Earthquake Engineering*, Third Edition, Prentice Hall, New Jersey, SAD, 2007.
- [55] Tajimi, H.: A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure During an Earthquake, *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo i Kyoto, Japan, pp. 781-797, 1960.
- [56] Clough, R.W., Penzien, J.: *Dynamics of Structures*, 2nd Edition, McGraw-Hill, Inc., 1993.
- [57] Abrahamson, N.A., Schneider, J.F., Stepp, J.C.: Empirical Spatial Coherency Functions for Application to Soil-Structure Interaction Analyses, *Earthquake Spectra*, 7,1, pp. 1-27, 1991., <http://dx.doi.org/10.1193/1.1585610>
- [58] Luco, J.E., Wong, H.L.: Response of a Rigid Foundation to a Spatially Random Ground Motion, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 14, pp. 891-908, 1986., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.4290140606>
- [59] Harichandran, R.S., Vanmarcke, E.H.: Stochastic Variation of Earthquake Ground Motion in Space and Time, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 112(2), pp. 154-174, 1986., [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1986\)112:2\(154\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1986)112:2(154))
- [60] Wilson, E.L.: *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*, 3rd Edition, CSI, Computers and Structures, Inc., Berkeley, SAD, 2002.
- [61] Bathe, K.J.: *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, SAD, 1996.
- [62] Yang, Z., He, L., Bielak, J., Zhang, Y., Elgamal, A., Conte, J.: Nonlinear seismic response of a bridge site subject to spatially varying ground motion, *Proceedings of the 16th ASCE Engineering Mechanics Conference*, ASCE, Seattle, WA, 2003.

- [63] Deodatis, G.: Non-stationary Vector Processes: Seismic Ground Motion Applications, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 11, pp. 149-168, 1996., [http://dx.doi.org/10.1016/0266-8920\(96\)00007-0](http://dx.doi.org/10.1016/0266-8920(96)00007-0)
- [64] Shinozuka, M., Deodatis, G.: Simulation of Stochastic Processes by Spectral Representation, *Applied Mechanics Reviews*, ASME, Vol. 44, 4, pp. 191-204, 1991., <http://dx.doi.org/10.1115/1.3119501>
- [65] Vanmarcke, E.H., Heredia-Zavoni, E., Fenton, G.A.: Conditional Simulation of Spatially Correlated Earthquake Ground Motion, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 119(11), pp. 2333-2352, 1993., [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1993\)119:11\(2333\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1993)119:11(2333))
- [66] Vanmarcke, E.H., Fenton, G.A., Heredia-Zavoni, E.: *SIMQKE-II, Conditioned Earthquake Ground Motion Simulator, User's Manual 2.1*, Princeton University, SAD, 1999.
- [67] CEN (2005a), *Eurocode 8 - Design of structures for earthquake resistance - Part 2: Bridges*, CEN European Committee for Standardisation, EN 1998-2:2005, Brussels.
- [68] CEN (2004a), *Eurocode 8 - Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings*, CEN European Committee for Standardisation, EN 1998-1:2004, Brussels.
- [69] Ambraseys, N., Smit, P., Sigbjornsson, R., Suhadolc, P., Margaris, B.: *Internet-Site for European Strong-Motion Data*, European Commission, Research-Directorate General, Environment and Climate Programme, 2002. <http://www.isesd.hi.is/>
- [70] Iervolino, I., Galasso, C., Cosenza, E.: REXEL: computer aided record selection for code-based seismic structural analysis, *Bulletin of Earthquake Engineering*, Vol. 8, pp. 339-362, 2010., <http://dx.doi.org/10.1007/s10518-009-9146-1>
- [71] CEN (2004b), *Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*, CEN European Committee for Standardisation, EN 1992-1-1:2004, Brussels.
- [72] Šavor, Z. (2005), *Novi doprinosi razvitku lučnih mostova*, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu.
- [73] *CSI Analysis Reference Manual For SAP2000, ETABS, SAFE and CSI Bridge*, Computers and Structures, Berkeley, California, SAD, 2011.
- [74] Priestley, M.J.N., Seible, F., Calvi, G.M.: *Seismic Design and Retrofit of Bridges*, John Wiley, Sons, New York, SAD, 1996., <http://dx.doi.org/10.1002/9780470172858>
- [75] Wolfram Research, Inc., *Mathematica*, Version 8.0, Champaign, Illinois, SAD, 2010.
- [76] Bogdanoff, J.L., Goldberg, J.E., Bernard, M.C.: Response of a Simple Structure to a Random Earthquake-Type Disturbance, *Bulletin Of Seismological Society of America*, 51, 2, pp. 293-310, 1961.
- [77] Hou, S.: *Earthquake simulation models and their applications*, Research report, R68-17, Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil Engineering, Cambridge, Massachusetts, 1968.
- [78] Amin, M., Ang, A.H.S.: Non stationary stochastic model of earthquake motion, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 94, pp. 559-583, 1968.
- [79] Jennings, P.C., Housner, G.W., Tsai, N.C.: *Simulated Earthquake Motions*, Technical Report, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, 1968.
- [80] *SeismoSpect's Help System*, Seismosoft Ltd., Pavia, Italija, 2012.
- [81] Liao, S., Zerva, A.: Physically compliant, conditionally simulated spatially variable seismic ground motions for performance based design, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 35, pp. 891-919, 2006., <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.562>
- [82] Po Lam, I., Law, H., Martin, G.R.: *Bridge Foundations: Modelling Large Pile Groups and Caissons for Seismic Design*, Technical Report MCEER-07-0018, MCEER, University at Buffalo, The State University of New York, SAD, 2007.