

Primljen / Received: 12.7.2017.

Ispravljen / Corrected: 5.6.2018.

Prihvaćen / Accepted: 20.6.2018.

Dostupno online / Available online: 10.9.2018.

Analiza zapljuskivanja u spremnicima srednjeg kapaciteta pri djelovanju potresa pomoću SPH metode

Autori:



Dr.sc. **Marina Sunara Kusić**, mag.ing.aedif.
Sveučilište u Splitu
Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije
marina.sunara@gradst.hr



Prof.dr.sc. **Jure Radnić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Splitu
Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije
jure.radnic@gradst.hr



Doc.dr.sc. **Nikola Grgić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Splitu
Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije
nikola.grgic@gradst.hr



Prof.dr.sc. **Alen Harapin**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Splitu
Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije
alen.harapin@gradst.hr

Prethodno priopćenje

Marina Sunara Kusić, Jure Radnić, Nikola Grgić, Alen Harapin

Analiza zapljuskivanja u spremnicima srednjeg kapaciteta pri djelovanju potresa pomoću SPH metode

U radu je ukratko numerički analiziran utjecaj zapljuskivanja u spremnicima srednjeg kapaciteta pri djelovanju potresa. Pokušava se odgovoriti na pitanja: što se događa u spremnicima tijekom djelovanja pobude, koliko se tlakovi mijenjaju tijekom zapljuskivanja i kakvi su učinci na same spremnike. Korišteni numerički model je zasnovan na tzv. metodi hidrodinamike izgladenih čestica (eng. Smoothed Particle Hydrodynamics - SPH). Prikazanom metodom se mogu simulirati glavne nelinearne karakteristike fluida, kao što su viskoznost, kavitacija, lom valova i turbulencija. Pouzdanost i neke mogućnosti modela ilustrirane su na praktičnom primjeru.

Ključne riječi:

spremnici tekućina, numerički test, zapljuskivanje, tlakovi na stijenke spremnika, metoda hidrodinamike izgladenih čestica (SPH)

Preliminary note

Marina Sunara Kusić, Jure Radnić, Nikola Grgić, Alen Harapin

Sloshing in medium size tanks caused by earthquake studied by SPH

A numerical study of sloshing effects in medium-sized liquid storage tanks subjected to earthquake is briefly presented in the paper. The following issues are considered in the study: the phenomena occurring in tanks during excitation, the amount of pressure change during sloshing, and the effects on the tank itself. The numerical model used in the study is based on the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method. The presented method can be used for simulating main nonlinear characteristics of the fluid, such as viscosity, cavitation, wave breaking, and turbulence. The reliability of the model and some of its possibilities are illustrated on a practical example.

Key words:

liquid storage tank, numerical test, sloshing, pressure at tank walls, smoothed particle hydrodynamics (SPH)

Vorherige Mitteilung

Marina Sunara Kusić, Jure Radnić, Nikola Grgić, Alen Harapin

Analyse der Umspülung in Behältern mittlerer Kapazität im Falle eines Erdbebens mithilfe der SPH Methode

In der Abhandlung wird kurz numerisch der Einfluss des Umspülens in Behältern mittlerer Kapazität im Falle eines Erdbebens analysiert. Man versucht, auf die Frage zu antworten: Was geschieht in den Behältern während der Wirkung einer Aktivierung, wie ändern sich die Drucks während der Umspülung und welche Auswirkungen hat das auf die Behälter selbst. Das angewendete numerische Modell begründet sich auf der Methode der geglättete Teilchen-Hydrodynamik (eng. Smoothed Particle Hydrodynamics – SPH). Mit der dargestellten Methode können die nichtlinearen Haupteigenschaften des Fluids, wie Viskosität, Kavitation, Wellenbruch und Turbulenzen simuliert werden. Die Zuverlässigkeit und einige Möglichkeiten des Modells werden anhand eines praktischen Beispiels illustriert.

Schlüsselwörter:

Flüssigkeitsbehälter, numerischer Test, Umspülung, Drucks auf die Behälterwand, Methode der geglättete Teilchen-Hydrodynamik (SPH)

1. Uvod

Spremnici tekućina svuda su oko nas i presudni su za funkcioniranje modernog društva. Tijekom potresa masa tekućine se slobodno giba i uzrokuje velike promjene tlakova na stijenke i krov spremnika, što može dovesti do njegova oštećenja. U mnogim slučajevima kolaps spremnika može uzrokovati znatno veću štetu nego što su materijalni gubici nastali samim oštećenjem spremnika i izlivanjem njegovog sadržaja. Na primjer, oštećenje spremnika s vodom, vodotornja ili slično, može dovesti do poremećaja u opskrbi vodom i moguće širenje zaraze. U drugom slučaju, oštećenje spremnika sa zapaljivim materijalima (nafta, benzin...) može dovesti do zagađenja okoliša ili može prouzročiti nekontrolirane požare.

Gibanje slobodnog vodnog lica u djelomično napunjenim spremnicima prouzrokovano bilo kakvom vanjskom pobudom naziva se zapljuskivanje (eng. *sloshing*) [1]. Da bi se ostvarilo zapljuskivanje, tekućina mora imati slobodno lice, pri čemu dinamika gibanja tekućine u međudjelovanju sa spremnikom može značajno promijeniti dinamiku cjelokupnog sustava. Jedan od osnovnih problema koji se javljaju kod zapljuskivanja je procjena raspodjele hidrodinamičkih tlakova i sila, što ima presudni učinak na dinamičku stabilnost spremnika [2].

Tijekom potresa Darfield (magnituda 7.1) na Novom Zelandu (2010.), krov spremnika za skladištenje pitke vode urušio se zbog djelovanja uzgonske sile uzrokovane zapljuskivanjem [3]. Tijekom potresa Chi-Chi (magnituda 7.4) na Tajvanu (1999.), armiranobetonski se krov dvaju spremnika za pročišćavanje vode djelomično srušio zbog silovitog zapljuskivanja. Zbog nedostatka sigurne vodoopskrbe, nekontrolirani požari nakon potresa uzrokovali su znatno više štete nego sami potresi tijekom velikog potresa u San Franciscu (1906.) i potresa Kobe u Japanu (1995.). Rušenja spremnika koji sadrže zapaljive materijale također može izazvati velike požare, kao što se dogodilo nakon potresa Niigata i Aljaska (1964), kao i u Turskoj (1999.), kada je stradalo više od 17.000 ljudi [5]. Popis takvih katastrofa je vrlo dug.

Zapljuskivanje je vrlo važan fenomen i u svemirskom inženjerstvu, nuklearnom inženjerstvu i pomorskom inženjerstvu. Zapljuskivanje ili premještanje tereta, vodenog balasta ili drugih tekućina može uzrokovati prevrtanje brodova. Zapljuskivanje također može utjecati na kamione i zrakoplove, posebno tijekom ubrzavanja ili usporavanja.

Da bi se izbjegle štete zbog zapljuskivanja, uobičajeno je izbjegavati punjenje spremnika tankera između 10 % i 70 % posto visine. Ovo ograničenje naziva se zabranjenim rasponom punjenja (eng. *barred fill range*).

Pojava zapljuskivanja tekućina može imati značajni utjecaj na ponašanje spremnika tekućina pri djelovanju potresa, posebno kad se frekvencija potresa poklopi s osnovnom rezonantnom frekvencijom tekućine sa slobodnim licem.

U posljednjih nekoliko desetljeća provedena su brojna teoretska, eksperimentalna i numerička ispitivanja utjecaja zapljuskivanja u spremnicima. Prvi radovi u ovom području su radovi Hougha

[6] koji je pokušavao problem riješiti teoretski. Housner je razvio model mehaničke analogije [7], koji je jedan od najranijih i najviše korištenih alata za razumijevanje osnova zapljuskivanja u pravokutnim i valjkastim spremnicima izloženih horizontalnoj pobudi.

Utjecaj različitih parametara na zapljuskivanje u spremnicima, također je eksperimentalno ispitivan: različite razine punjenja, tip pobude, oblik spremnika i različita unutrašnja građa spremnika. Pri tome, većina eksperimentalnih ispitivanja provedena je na skaliranim modelima umjesto na realnim spremnicima. Zbog limitiranosti teoretskih i eksperimentalnih studija, razvio se čitav niz numeričkih modela za simulaciju zapljuskivanja u tekućinama.

Za probleme tečenja sa slobodnim vodnim licem, pomičnim granicama i velikom deformacijom geometrije, bezmrežne metode (eng. *meshfree methods*) pokazuju velike prednosti u odnosu na metode zasnovane na mrežama (eng. *mesh-based methods*). Jedna takva metoda je i metoda hidrodinamike izgladenih čestica (eng. *Smoothed Particle Hydrodynamics - SPH*), koju je za astrofizikalne probleme osmislio Lucy [8] i istovremeno Gingold i Monaghan [9].

U posljednje vrijeme SPH nalazi primjenu u brojnim područjima znanosti, npr. u problemima višefaznog tečenja (eng. *multi-phase flow*) [10], problemima velikih deformacija kod konstrukcija [11], problemima podvodnih eksplozija [12] i dr. Zbog svoje Lagrangeovske prirode, SPH se pokazala vrlo učinkovita i u rješavanjima problema zapljuskivanja.

Mnogi znanstvenici istraživali su ovaj problem u dvodimenzionalnom ili trodimenzionalnom okruženju [2]. Kod ravninskih (2D) problema, Delorme i suradnici [14] analizirali su 2D pravokutni spremnik pri kotrljajućem gibanju i karakteristične udarne tlakove. Marsh i suradnici [15] analizirali su zapljuskivanje tekućine u spremnicima različitih oblika. Colagrossi i suradnici [16] i Gotoh sa suradnicima [17, 18] analizirali su siloviti fenomen zapljuskivanja koristeći popravljenu SPH metodu.

U 3D, Vorobyev sa suradnicima [19] analizirao je centralizirano zapljuskivanje u valjkastom spremniku, s preprekama i bez njih unutar spremnika. Iglesias i suradnici [20] numerički i eksperimentalno su istraživali problem zapljuskivanja u pravokutnim spremnicima izloženog kotrljajućem gibanju. Celebi i Akyildiz [21] su proučavali zapljuskivanje tekućine u pokretnim djelomično ispunjenim pravokutnim spremnicima. Rafiee sa suradnicima [22] proučavao je zapljuskivanje u pravokutnim spremnicima čija je širina znatno manja od duljine, pod ritmičkom pobudom. Chen sa suradnicima [23] je numerički i eksperimentalno proučavao zapljuskivanje u pravokutnim i kružnim spremnicima. Vijay sa suradnicima [24] je istraživao utjecaj zapljuskivanja u nadzemnim spremnicima tekućina, a Liu i Lin [25] su proučavali trodimenzionalno nelinearno zapljuskivanje s lomljenjem valova.

Prema proučenoj literaturi, jasno se vidi da SPH metoda može realistički simulirati zapljuskivanje u spremnicima u 2D i 3D. Potrebna su daljnja istraživanja da bi se ispitali utjecaji unutarnjih konstrukcija spremnika i istovremena pobuda u više

smjerova na zapljuskivanje tekućine. Također, primijećeno je da je većina numeričkih i eksperimentalnih studija fokusirana na zapljuskivanje pri harmonijskim pobudama, a vrlo malo njih se bavi realnim akcelerogramima.

U ovom je radu SPH metoda primjenjena za simulaciju gibanja tekućine (vode) u spremnicima srednjeg kapaciteta tijekom potresa. Usvojeno vršno ubrzanje svakog razmatranog potresa iznosi 0.6g, što odgovara vršnom baznom ubrzanju za povratni period od 10 000 godina u Hrvatskoj. Svi akcelerogrami realnih potresa su skalirani prema toj vrijednosti, da bi se lakše usporedili rezultati provedenih numeričkih testova. Glavni je cilj ovog rada istražiti ponašanje tekućine (pomaci pri zapljuskivanju, dinamički tlakovi, sile i raspodjela kinetičke energije) pri djelovanju različitih potresa s različitim trajanjem i periodima.

2. Problem dinamike tekućine i SPH metoda

2.1. Uvod

Gibanje tekućine je rezultat vanjskih sila koje na nju djeluju. Karakteristike tekućine (npr. gustoća i viskoznost) utječu na način tečenja i funkcija su drugih termodinamičkih varijabli (npr. tlaka i temperature). U nekim slučajevima utjecaj stišljivosti i viskoznosti tekućine se može zanemariti. U ovom radu tekućina je smatrana neviskoznom i slabo stišljivom.

2.2. Osnovne jednadžbe

Osnovne jednadžbe kojima se opisuje gibanje tekućine proizlaze iz tri osnovna fizička načela (zakona):

- očuvanja momenta
- očuvanja mase
- očuvanja energije.

Ta tri načela (zakona) uzeta zajedno predstavljaju dobro znane Navier-Stokesove jednadžbe za nestišljivi fluid, i mogu se zapisati u obliku [26]:

$$\rho \frac{\partial v_\alpha}{\partial t} = \rho R_\alpha - \nabla p + \mu \nabla^2 v_\alpha \quad (1)$$

gdje v_α predstavlja vektor brzina (pri čemu α predstavlja koordinatni smjer – x, y, z), ρ je masena gustoća, R_α je suma volumnih sila koje djeluju na tekućinu (također za svaki smjer zasebno), P predstavlja tlak, a μ je dinamička viskoznost tekućine. Navier-Stokesove jednadžbe opisuju gibanje tekućine, a kada je to gibanje složeno, uključuje turbulencije, kavitaciju i sl., tada se rješenje Navier-Stokesovih jednadžbi može tražiti isključivo numeričkim putem.

Ako na tekućinu djeluje isključivo gravitacija, jednadžbu (1) moguće je napisati u obliku

$$\frac{\partial v_\alpha}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + g + \Theta \quad (2)$$

koji direktno predstavlja zakon očuvanja momenta. U jednadžbi (2) g je gravitacijsko ubrzanje, a Θ viskozni član. Ako se tekućina smatra neviskoznom, kao viskozni član Θ najčešće se koristi tzv. umjetna viskoznost (predložena od Gingolda i Monaghana [9]). Realna viskoznost tekućine se može simulirati koristeći laminarnu viskoznost, s uključenjem turbulencije ili bez nje koristeći SPS turbulentni model [26, 27]. Uzevši u obzir jednadžbu kontinuiteta, promjene u gustoći tekućine mogu se izračunati pomoću izraza (3):

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \nabla \rho v \quad (3)$$

što predstavlja zakon očuvanja mase u Eulerovoj formulaciji. Konačno, zakon očuvanja energije, odnosno prvi zakon termodinamike, može se napisati u obliku izraza (4):

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} (\rho \sigma_\alpha) \quad (4)$$

gdje e predstavlja termalnu energiju, a σ_α predstavlja ukupni tenzor napreznja [26].

2.3. SPH metoda

Metoda hidrodinamike izgladenih čestica (eng. *Smoothed particle hydrodynamics* - SPH) numerička je metoda za rješavanje Navier-Stokesovih jednadžbi i za simulaciju gibanja tekućine. Općenito, to je bezmrežna Lagrangeova čestična metoda kojom se promatrani volumen tekućine simulira nizom čestica. Svaka čestica sadrži fizikalne odrednice, kao što su pozicija, gustoća, masa, tlak i slično. Metoda je detaljno opisana u radovima [26-30], a ovdje je dan samo kratki opis.

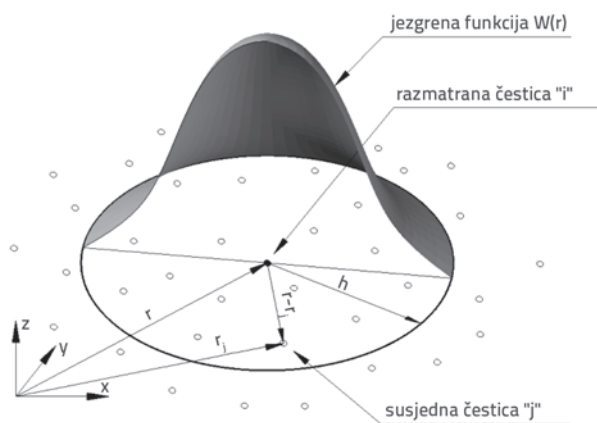
Temeljni princip SPH metode je tzv. integralna interpolacija bilo koje funkcije $A(r)$ tzv. jezgrenom (kernel) funkcijom $W(r'-r, h)$, koja aproksimira razmatranu funkciju preko kompaktne domene Ω (slika 1.):

$$A(r) = \int_{\Omega} A(r') W(r'-r, h) dr \quad (5)$$

gdje je r radijvektor oko promatrane točke (čestice), a r' je radijvektor bilo koje druge točke (čestice) unutar domene Ω određene utjecajnom duljinom h , koji kontrolira glatkoću ili hrapavost jezgrene funkcije.

Aproksimacija jezgrenom funkcijom (5) može se zapisati u diskretnom obliku na način da se vrijednost funkcije A u razmatranoj točki (čestici) "i" prikaže kao suma vrijednosti iste funkcije u susjednim točkama (česticama) "j":

$$A_i = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} W_{ij} \quad (6)$$



Slika 1. Jezgrena funkcija

SPH metoda aproksimira gustoću u čestici koristeći tzv. aproksimaciju "kontinuirane gustoće", tj. koristeći jednačbu kontinuiteta (3) u diskretnoj notaciji:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = -\rho_i \sum_{j=1}^N \frac{m_j v_{\alpha,j}}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_{\alpha,i}} \quad (7)$$

preko sume gustoće svih susjednih čestica unutar utjecajne domene nad kojim je definirana jezgrena funkcija. Ukupan broj susjednih čestica je N , a masa i gustoća svake čestice "j" je označena sa m_j i ρ_j .

Također, direktno primjenjujući SPH čestičnu aproksimaciju na jednačbu očuvanja momenta, dobivamo izraz

$$\frac{\partial v_{\alpha,i}}{\partial t} = -\sum_{j=1}^n m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} + \Theta_{ij} \right) \nabla W_{ij} + g_{\alpha} \quad (8)$$

gdje Θ_{ij} predstavlja viskozni član između čestica "i" i "j", a može se naći u [26, 27, 29].

Izbor tipa jezgrene funkcije vrlo je važan, posebno u smislu računalne točnosti i stabilnosti metode [2, 26]. Jedna od najpopularnijih jezgrenih funkcija, koja se koristila i u ovom radu, jest kubični spline [26-28] koji je predložio Monaghan:

$$W(q, h) = \frac{1}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 \leq q < 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & 1 \leq q < 2 \quad q = (r-r)/2h \\ 0 & q \geq 1 \end{cases} \quad (9)$$

pri čemu je q relativni razmak između dvije razmatrane čestice. SPH metoda podrazumijeva da su mase i gustoće čestica, za svaku česticu, poznate na početku. Dok masu čestice korisnik definira kao početnu konstantu, gustoća je kontinuirano polje tekućine koja se mora izračunati u svakom vremenskom koraku [26-28].

Zbog toga je nužno u sustav uvesti još jednu jednačbu, tzv. jednačbu stanja, da bi se povezali tlakovi i gustoća. U ovom radu korištena je tzv. Taitova jednačba stanja (za vodu) kojom se tlakovi računaju kao funkcija gustoće [1]:

$$P = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^7 - 1 \right] \quad (10)$$

pri čemu je ρ_0 referentna gustoća (za vodu $\rho_0 = 1000 \text{ kgm}^{-3}$) a B je parametar koji definira brzinu zvuka u tekućini.

Termalna energija za svaku česticu je izračunana prema Monaghanu [31]. Kao algoritam za proračun koristi se standardna prediktor-korektor shema [26-28]. Također, Shepardov filter je korišten za reinicijalizaciju gustoće nakon svakih 30 vremenskih koraka [26, 27].

Originalni računalni program za SPH je uzet iz [32] te nadopunjen mogućnošću zadavanja proizvoljne vanjske pobude. Originalni model je izrađen na temelju sada već legendarnog rada Lucyja [8] te Gingolda i Monaghana [9], i razvijen kao moćni inženjerski alat kojim se mogu simulirati razni fenomeni u tekućini kao što su: viskoznost, turbulencija, kavitacija, zapljuskivanje, površinska napetost, lom valova, udar vala u konstrukciju i sl. [26-27]. Također, SPH metoda je posebno pogodna za probleme s velikim pomacima tekućine i silovitim tečenjem sa slobodnim licem [27].

Utjecaj rubnih uvjeta, modeliranje višefaznog tečenja, plutajućih objekata i međudjelovanja tekućine i pokretne/fleksibilne konstrukcije još su uvijek područja istraživanja u vezi s SPH metodom.

2.4. Granični uvjeti

Kod problema hidrodinamike obično se razlikuju dva tipa graničnih ploha koje definiraju tekućinu: ploha slobodnog lica i kruta granica. Zbog Lagrangeovske prirode SPH metode, granica slobodnog lica ne zahtijeva posebno definiranje i kinematički se uvjeti na slobodnom licu mogu smatrati automatski zadovoljeni. Nasuprot tome, definiranje krutih granica kod SPH metode još je uvijek otvoreno i neriješeno pitanje [28]. Rubni uvjeti nisu prirodna pojava u SPH formalizmu. Kada se čestica približava krutoj granici, njena prirodna domena (jezgrena funkcija) samo je djelomično definirana, što uzrokuje pogrešku u proračunu i utječe na točnost numeričke simulacije.

Uobičajeni način opisivanja krutih granica u SPH metodi jest upotrebom algoritama koji koriste različite vrste virtualnih (rubnih) čestica na rubu računalne domene tekućine. Općenito, postoje tri različita pristupa definiranja krutih granica: pristup s odbojnim česticama (eng. *the repulsive particles approach*, što su predložili Gingold i Monaghan [9]), pristup sa česticama duhovima (eng. *the ghost particles approach*, Libersky i Petscheck [33]) i pristup s dinamičkim česticama (eng. *the dynamic particles approach*, Crespo i gr. [28]). U ovom su radu za opisivanje krutih granica korištene dinamičke rubne čestice koje zadovoljavaju

iste jednadžbe kao i čestice tekućine (jednadžbu očuvanja momenta, jednadžbu kontinuiteta, jednadžbu očuvanja energije i jednadžbu stanja), osim što im je položaj u prostoru nepromjenjiv (ako se radi o nepomičnim granicama) ili se gibaju prema zadanoj funkciji (kao npr. generator valova). Najveća prednost ovog pristupa je računalna jednostavnost, jer svojstva virtualnih čestica mogu biti izračunana unutar iste petlje kao i čestice tekućine [26-28]. Trenje između tekućine i krutih granica nije razmatrano, jer rubne čestice proizvode samo normalnu silu na tekućinu.

Ukratko, definiranje rubnih uvjeta još je uvijek predmet zanimanja mnogih istraživača.

3. Numerički testovi

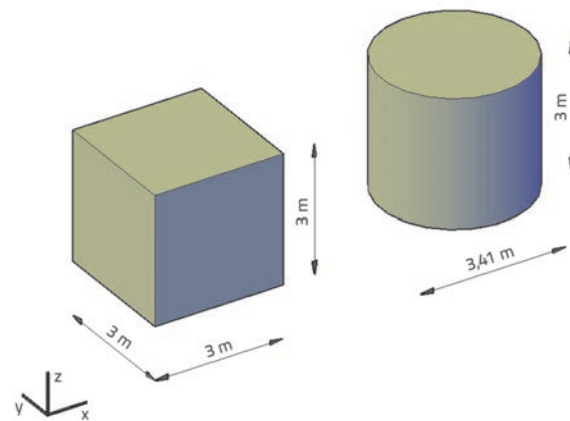
3.1. Općenito

U ovom radu istražen je problem zapljuskivanja u spremnicima tekućina srednjeg kapaciteta pri djelovanju potresa. Takvi spremnici su pouzdan izbor za dugoročno skladištenje gotovo svih tekućina u rasponu od kemikalija i goriva do pitke vode. Ovi spremnici također moraju osigurati visoku otpornost koja je nužna za dugoročno skladištenje. Dimenzije spremnika se razlikuju. Mogu biti mali za obiteljske kuće (do 2.000 l), srednji za srednje i velike zgrade (od 2.000 l do 20.000 l) i veliki (preko 20.000 l) za sve druge namjene. U velikim gradovima spremnici srednjeg kapaciteta mogu se često naći na vrhu zgrada. Provedenim numeričkim testovima analizirano je ponašanje pravokutnih i kružnih spremnika (slika 2.). Ovdje su, radi jasnoće, zidovi spremnika referirani kao bočni zidovi, a krov kao gornji

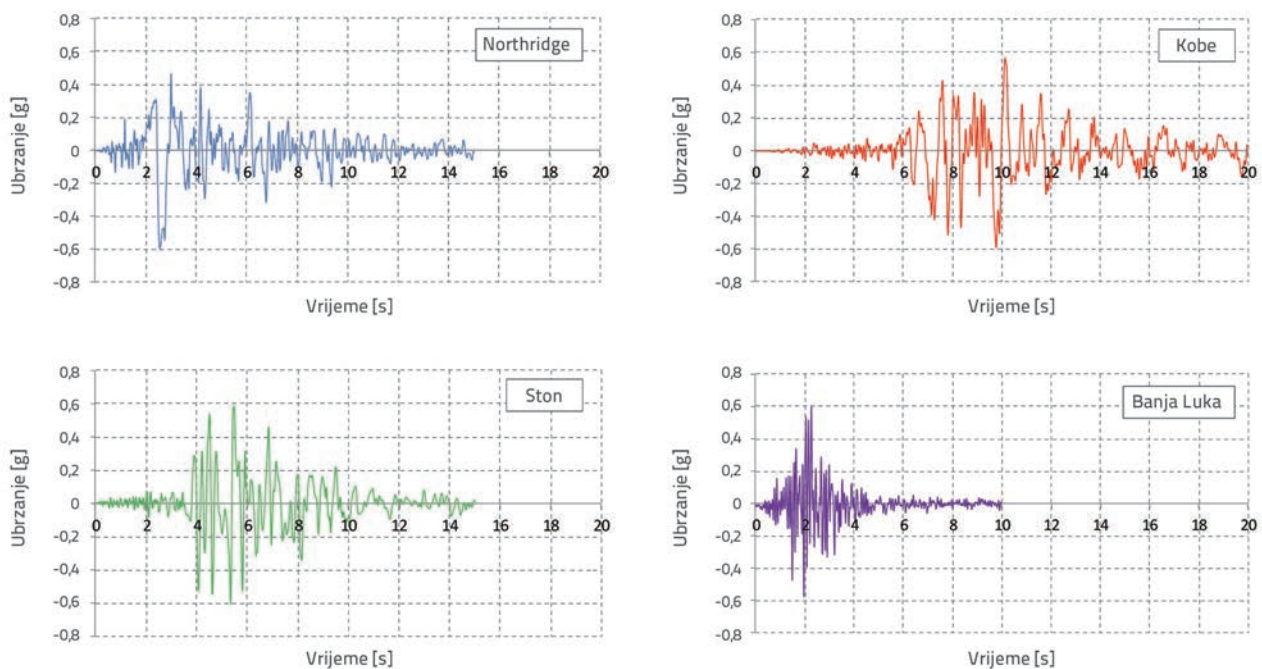
zid. Visina analiziranih spremnika je 3 m, a površina baze je izračunana na način da oba tipa spremnika imaju isti volumen. Ti spremnici se mogu smatrati uobičajenih dimenzija za ovakav tip spremnika [34].

Spremnici su napunjeni vodom do razine 2 m i visine 2,85 m, što je 67 % i 95 % visine spremnika. Ove razine punjenja su odabrane jer razina 67 % daje velike pomake tekućine, ali malu silu na krov, dok razina 95 % daje male pomake tekućine ali veliku silu nakrov [35].

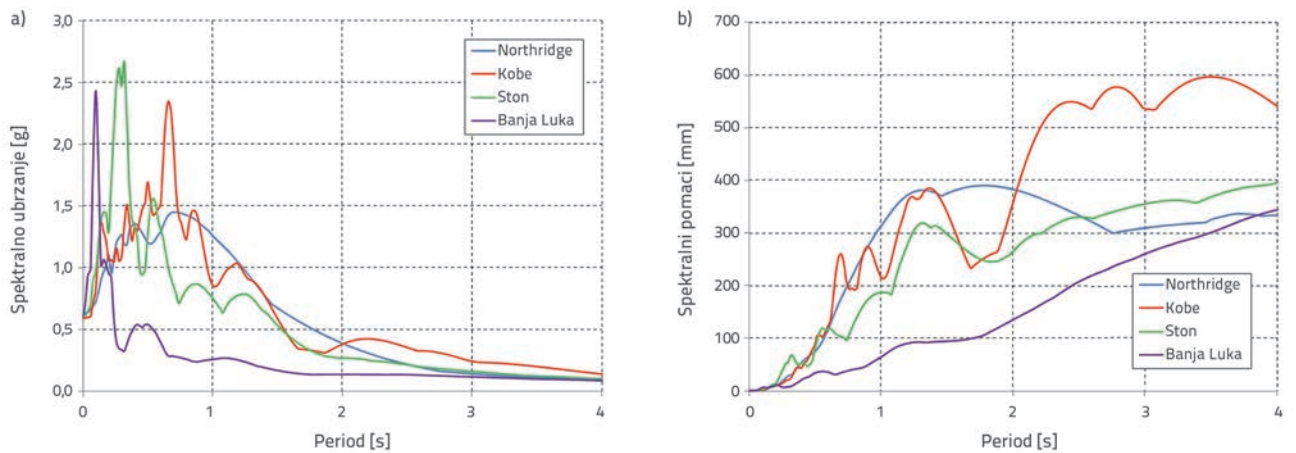
Usvojena je gustoća tekućine $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$. Kod korištenja jednadžbe stanja, stvarna brzina zvuka u tekućini $c_0 = 1430 \text{ m/s}$ korigirana je koeficijentom brzine zvuka, uzetim kao 35 (preporučljivo za vodu) [31]. Također, korištena je umjetna viskoznost s koeficijentom: 0,1. Sličan test za 2D spremnike je dan u [35].



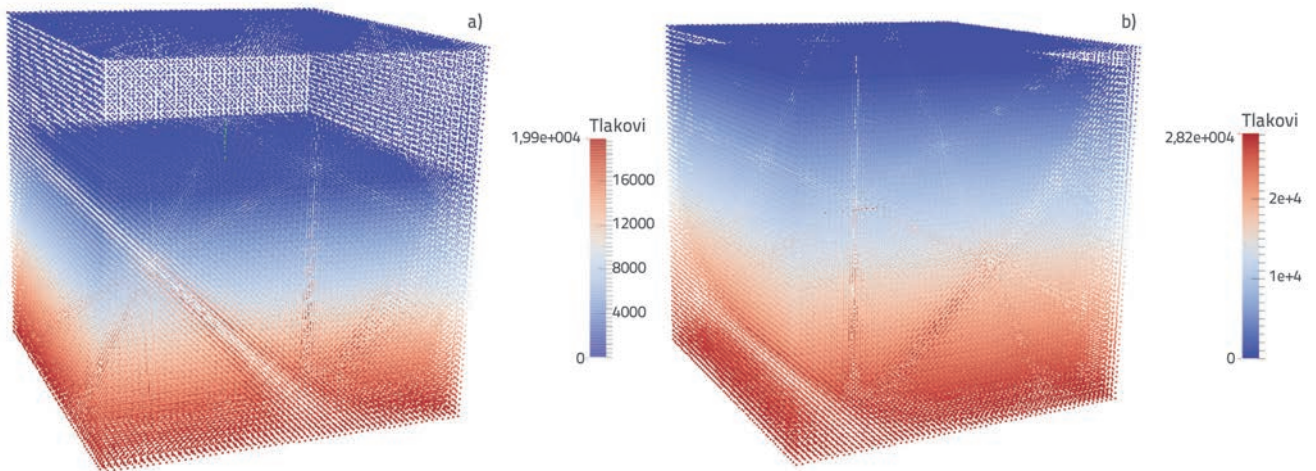
Slika 2. Geometrija spremnika



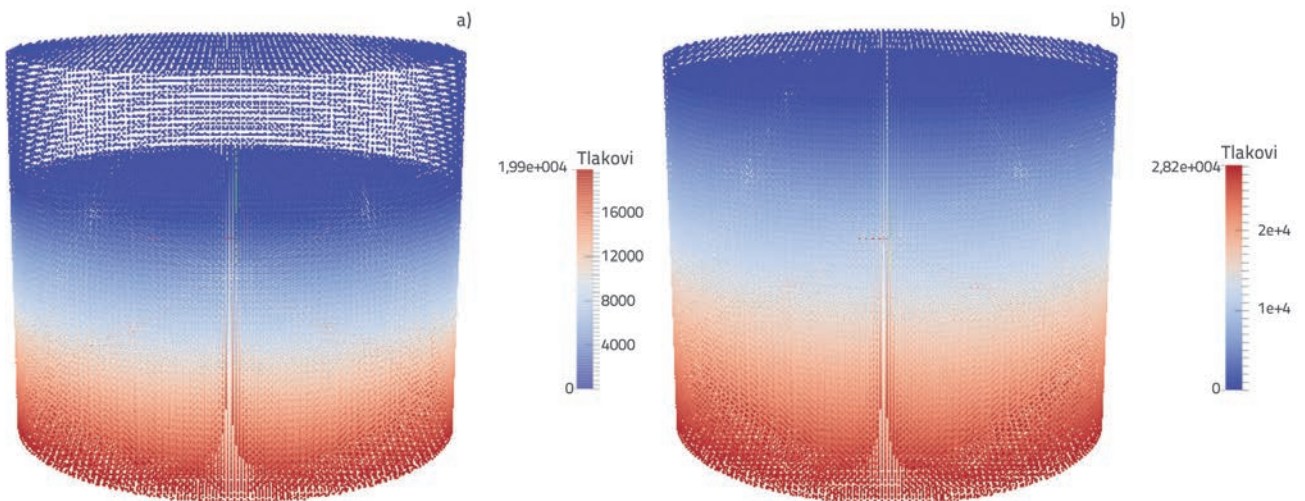
Slika 3. Akcelerogrami razmatranih potresa [42]



Slika 4. Spektralna ubrzanja i pomaci za razmatrane potrese: a) spektralna ubrzanja; b) spektralni pomaci



Slika 5. Početni položaj čestica i raspodjela tlakova za pravokutni spremnik: a) razina punjenja 67 %; b) razina punjenja 95 %



Slika 6. Početni položaj čestica i raspodjela tlakova za kružni spremnik: a) razina punjenja 67 %; b) razina punjenja 95 %

Svaka čestica fluida je izložena gravitaciji u smjeru z ($g = -9.81 \text{ m/s}^2$) i horizontalnom ubrzanju podloge u smjeru x. Za analizu su korištena četiri akceleroograma realnih potresa. Dva su vrlo dobro poznata: Kobe (Japan) i Northridge (USA). Druga dva su Ston (Hrvatska) i Banja Luka (Bosna i Hercegovina). Ti su akceleroگرامи vrlo različiti u pogledu trajanja, načina djelovanja i predominantnog perioda, što je i bila namjera prilikom njihovog odabira. Svi akceleroگرامи su skalirani na vrijednost 0.6g da bi se lakše mogli usporediti rezultati provedenih analiza. Skalirani akceleroگرامи su prikazani na slici 3.

Slika 4. prikazuje spektralne vrijednosti ubrzanja i pomaka razmatranih potresa sa 0.5 % prigušenjem. Analizom spektara ubrzanja i pomaka može se unaprijed izvesti zaključak o intenzitetu zapljuskivanja u spremnicima. Obično, pomak slobodnog lica i odgovarajuća visina pomaka prate ovo ponašanje, što je očito iz rezultata prikazanih u poglavlju 3.2.

Početni razmak čestica je 0.05 m, a postavljene su u tzv. Kartezijevom rasporedu. U pravokutnom spremniku s razinom punjenja 67 %, voda je simulirana sa 139240 čestica, a u spremniku s razinom punjenja 95 %, voda je simulirana s 198417 čestica (slika 5.). U kružnom spremniku s razinom punjenja 67 %, voda je simulirana s 151280 čestica a u spremniku sa razinom punjenja 95 %, voda je simulirana s 215574 čestica (slika 6.).

Početni vremenski korak je postavljen na $5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$, kako bi se izbjegle numeričke nestabilnosti. Ukupno vrijeme proračuna iznosilo je 16 dana za svaki primjer. Računalo za analizu bilo je obično osobno računalo (Intel Core i3-3220 3.3 GHz procesor sa 8 GB memorije).

3.2. Rezultati

Intenzitet zapljuskivanje se najlakše može uočiti preteći vremenske varijacije pomaka slobodnog vodnog lica tekućine na zidovima (stijenkama) spremnika. Pomak od zapljuskivanja za pravokutne spremnike za razinu punjenja 67 % prikazano je na slici 7., a za kružne spremnike za istu razinu punjenja na slici 8. Rezultati dobiveni prethodno opisanim SPH modelom uspoređeni su sa Veletsos-ovim analitičkim rješenjem za pravokutne i kružne spremnike [36]. Dobro podudaranje numeričkih i analitičkih rezultata je vidljivo u periodima zapljuskivanja i intenzitetu zapljuskivanja (pomacima slobodnog lica), posebno na početku analize. Kasnije, prigušenje u numeričkom modelu smiruje tekućinu, pa se amplitude oscilacija smanjuju, što se ne pojavljuje u analitičkom modelu. Ovo je posebno očito kod potresa Northridge i Banja Luka. Također vidljiv je i pomak u fazi kod usporedbe numeričkih

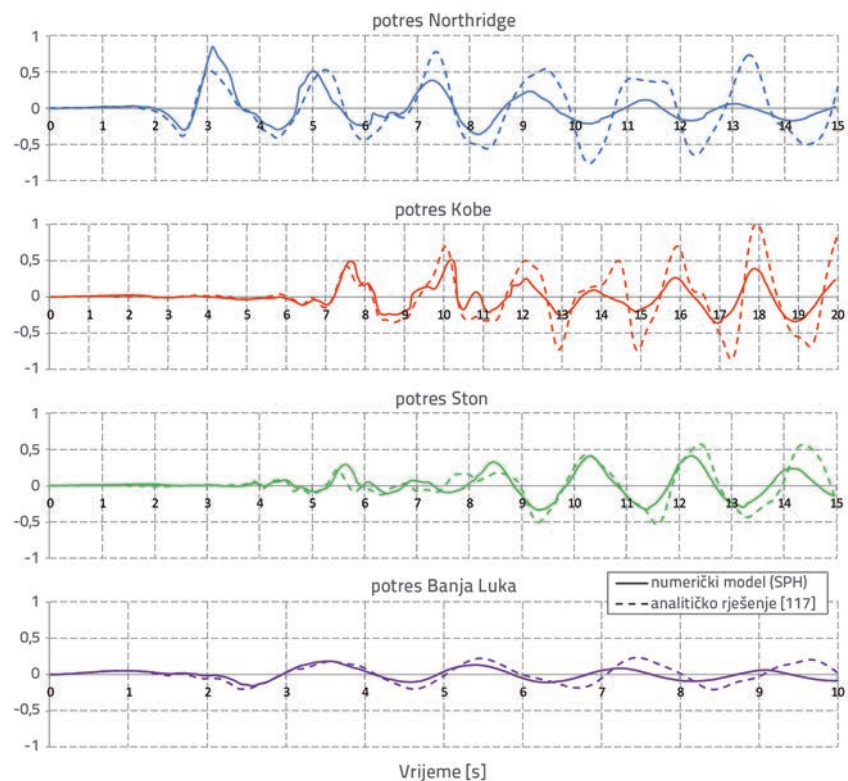
i analitičkih rezultata, što može biti posljedica različitih načina opisa viskoznosti (tablica 1.).

Tablica 1. Korelacijski koeficijenti između numeričkih i analitičkih rezultata za pomak zapljuskivanja

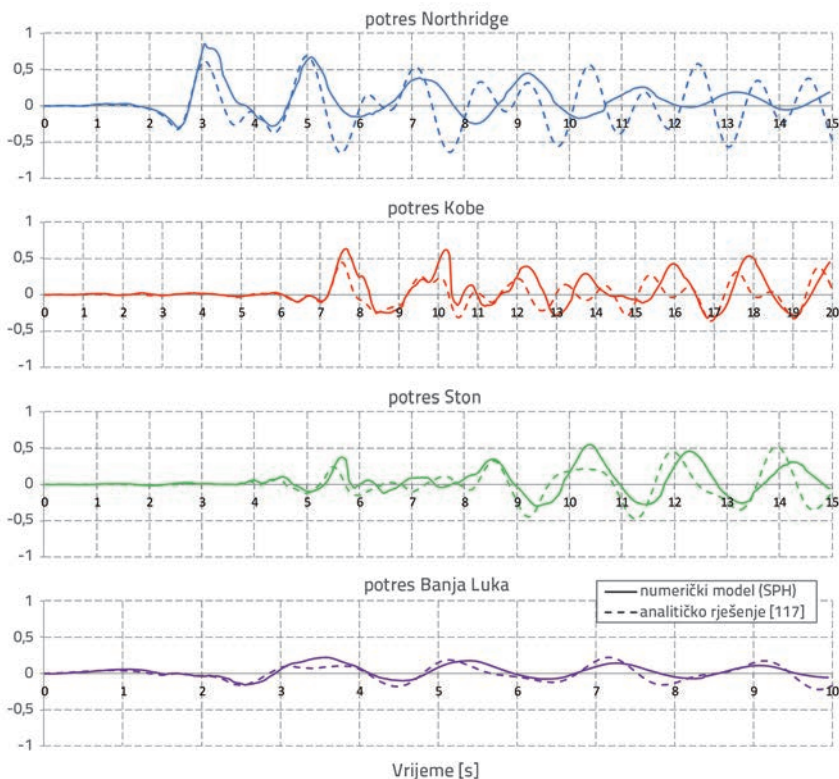
Potres \ Spremnik	Pravokutni spremnik	Kružni spremnik
Northridge	0,7517	0,3919
Kobe	0,8232	0,5674
Ston	0,8118	0,6144
Banja Luka	0,8199	0,6577

Uz vizualnu usporedbu danu na slikama 7. i 8. te u tablici 1. dani su korelacijski koeficijenti između numeričkih i analitičkih rezultata za pomak zapljuskivanja. Vidljiva je bolja korelacija rezultata za pravokutni nego za kružni spremnik. Najveće nepodudaranje rezultata primjećuje se za potres Northridge, koji uzrokuje i najveće pomake prilikom zapljuskivanja i izrazito nelinearno ponašanje tekućine. Glavni razlog nepodudaranja numeričkih i analitičkih rezultata su različite početne pretpostavke (analitički rezultati su dobiveni pod pretpostavkom bezvrtložnog strujanja nestišljive i neviskozne tekućine).

Kada je frekvencija vanjske pobude blizu prirodne frekvencije tekućine u spremniku, mogu se pojaviti izrazito veliki pomaci od zapljuskivanja. Prirodna frekvencija tekućine u pravokutnom spremniku ovisi o dimenzijama spremnika, razini punjenja i može se izračunati linearnom teorijom [37]:



Slika 7. Pomak slobodnog lica tekućine (m) za pravokutni spremnik za razinu punjenja 67 %



Slika 8. Pomak slobodnog lica tekućine (m) za kružni spremnik za razinu punjenja 67 %

$$\omega_n^2 = g \frac{n\pi}{L} \tanh\left(\frac{n\pi D}{L}\right) \quad (11)$$

gdje g predstavlja gravitacijsko ubrzanje, L duljinu spremnika, D visinu vode u spremniku i n broj moda. Slična formula se može izvesti za kružne spremnike. Kako je vidljivo iz izraza (11), može se izračunati beskonačni broj prirodnih frekvencija, pri čemu je samo prva (osnovna) frekvencija značajna za inženjerske aplikacije [37, 38].

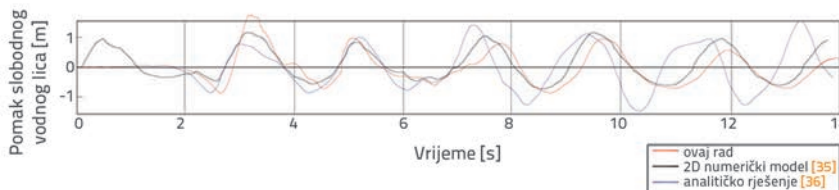
Osnovna (prva) prirodna frekvencija vode za spremnik napunjen do 67 % iznosi približno 2 s [1]. S obzirom na spektar ubrzanja i pomaka razmatranih potresa (slika 4.), najnepovoljniji učinak na pomak kod zapljuskivanja je očekivan za potres Northridge, zatim potres Kobe, te potrese Ston i Banja Luka (s obzirom na najveći pomak/ubrzanje pri 2 s). Ova očekivanja su potvrđena numeričkim rezultatima (slike 7. i 8.). Iako svi razmatrani potresi imaju istu vršnu akceleraciju, njihovi učinci na spremnik se razlikuju s obzirom na dominantni period. Ovo potvrđuje činjenicu da vršno ubrzanje, što je obično najpopularniji parametar za opis potresa, općenito je loš parametar za karakterizaciju moguće štete ili vršnog odziva pri potresnom inženjerstvu. Uzdizanje vode uz stranice spremnika gotovo je 1,0 m kod potresa Northridge (slika 7.). Važna činjenica koja se ovdje mora

istaknuti jest visoko uzdizanje vode uslijed zapljuskivanja kada je dominantni period potresa blizak osnovnom prirodnom periodu tekućine u spremniku. Osnovni prirodni periodi za različite razine ispunjenosti vodom u spremniku prikazani su u tablici 2. Dobiveni rezultati su vrlo slični rezultatima danim u [35]. U tom radu autori su analizirali zapljuskivanje u spremnicima pri potresnom opterećenju, koristeći originalne (neskalirane) akcelerograme. Na slici 9. se može uočiti da numerički rezultati 2D modela [35] i numerički rezultati 3D modela (ovaj rad), dobiveni za originalni (neskalirani) Northridge akcelerogram, bolje se poklapaju u odnosu na analitičko rješenje [36]. Razlike kod 2D i 3D numeričkog modela prije svega su u periodima zapljuskivanja. Glavni razlog za to su vjerojatno različite pretpostavke u dimenzionalnosti računalne domene, jer se kod 2D modela treća dimenzija pretpostavlja beskonačna i u tom smjeru je tok jednak nuli. Također, korištenjem različitih načina opisa rubnih uvjeta kod SPH metode dovodi do varijacije u rezultatima.

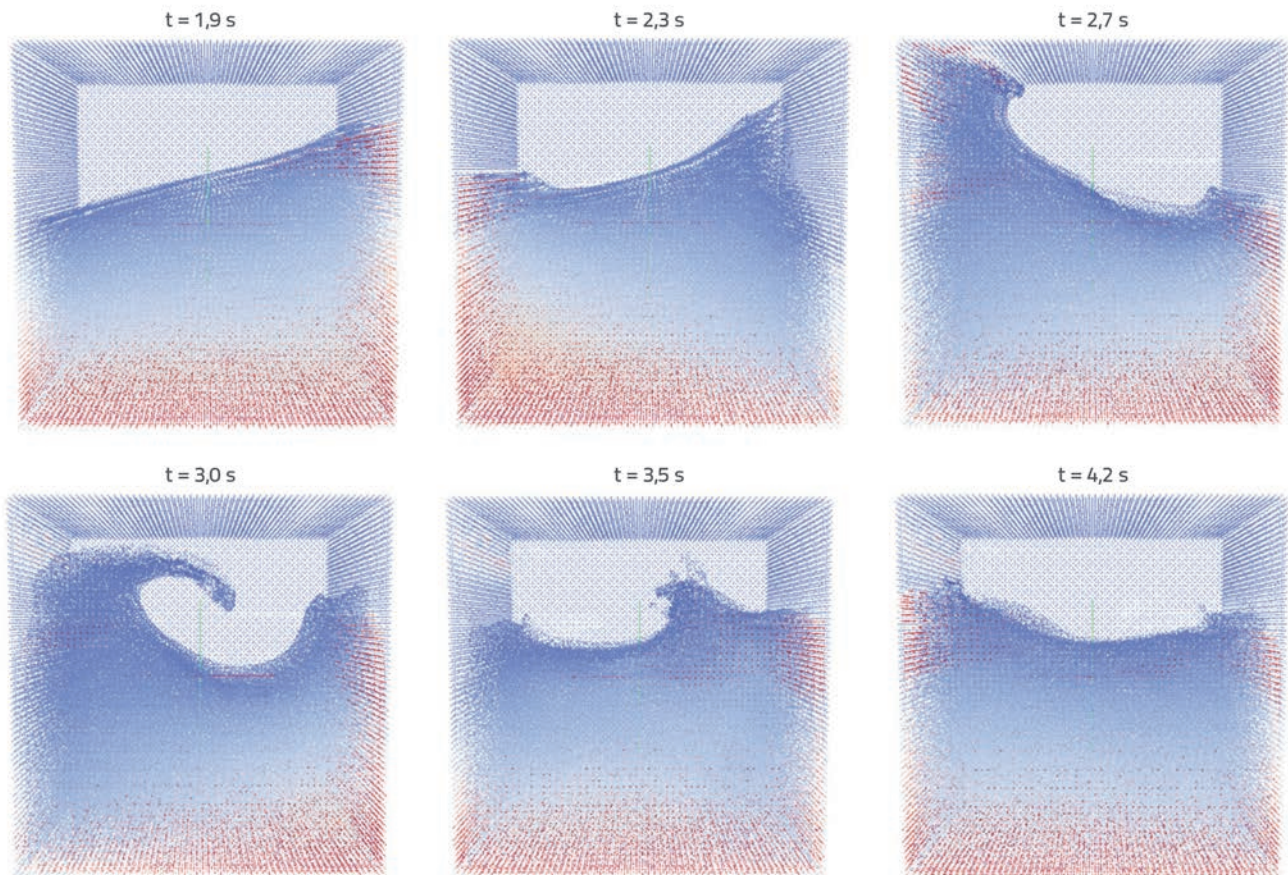
Tablica 2. Osnovni prirodni periodi za različite razine punjenja [1]

Razina punjenja [%]	Osnovni prirodni period vode u spremniku [s]	
	Pravokutni spremnik	Kružni spremnik
33	2,218	2,205
67	1,997	1,981
85	1,978	1,961
95	1,974	1,957

Provjera pouzdanosti izvornog numeričkog modela na sličnim fizikalnim procesima (stvaranje valova zbog klizišta, problem pucanja brana (eng. dam-break) i propagacija vala i interakcija vala i konstrukcije) može se pronaći u literaturi [39].



Slika 9. Pomak slobodnog lica tekućine (m) u pravokutnom spremniku za razinu punjenja 67 %, izložen djelovanju originalnog (neskaliranog) potresa Northridge



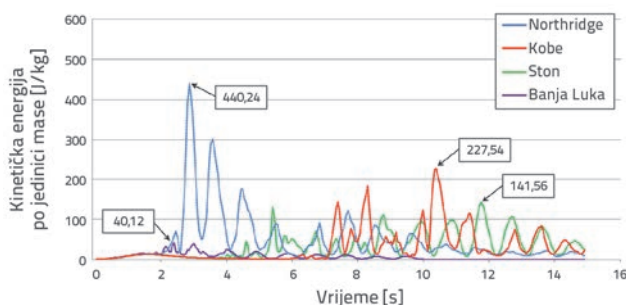
Slika 10. Zapljuskivanje u pravokutnom spremniku za razinu punjenja 67 % pri potresu Northridge

Vizualizacija zapljuskivanja u pravokutnom spremniku (dimenzija prikazanih na slici 2.), uzrokovanog originalnim (neskaliranim) potresom Northridge, prikazana je na slici 10. Može se uočiti da je u početku uzdizanje vala zbog zapljuskivanja po širini spremnika jednoliko i da bočne strane nemaju važniji utjecaj dok je zapljuskivanje (promjena slobodnog lica) relativno slabo. Ali, kada zapljuskivanje postane silovito, ponašanje tekućine postaje nelinearno (npr. slom vala u $t = 3,0$ s) i pojavljuju se promjene u visini slobodnog lica u poprečnom smjeru. Te nelinearnosti se ne mogu adekvatno simulirati 2D ni analitičkim modelom i uzrok su razlika između analitičkih [36] i numeričkih krivulja.

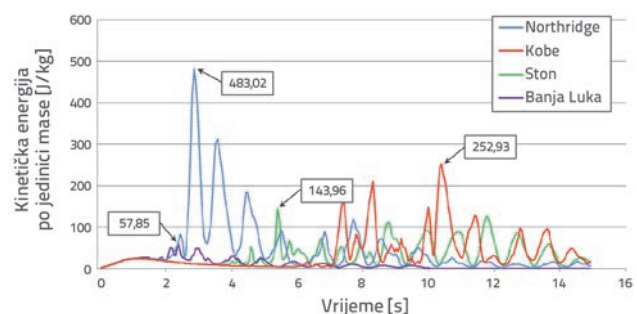
Promjena kinetičke energije tijekom vremena je prikazana kako bi se bolje razumio prijenos kinetičke energije s tekućine na spremnik i obrnuto.

Primarni oblik prijenosa energije je posmik u fluidu. Prijenos energije je veći ako brzinski gradijenti u toku rastu. Tijekom zapljuskivanja rast gradijenta brzine može se ostvariti zbog interakcije vala na pregradu ili vala s valom. Većina istraživanja [40, 41] je potvrdila da je interakcija vala s valom znatno utjecajnija.

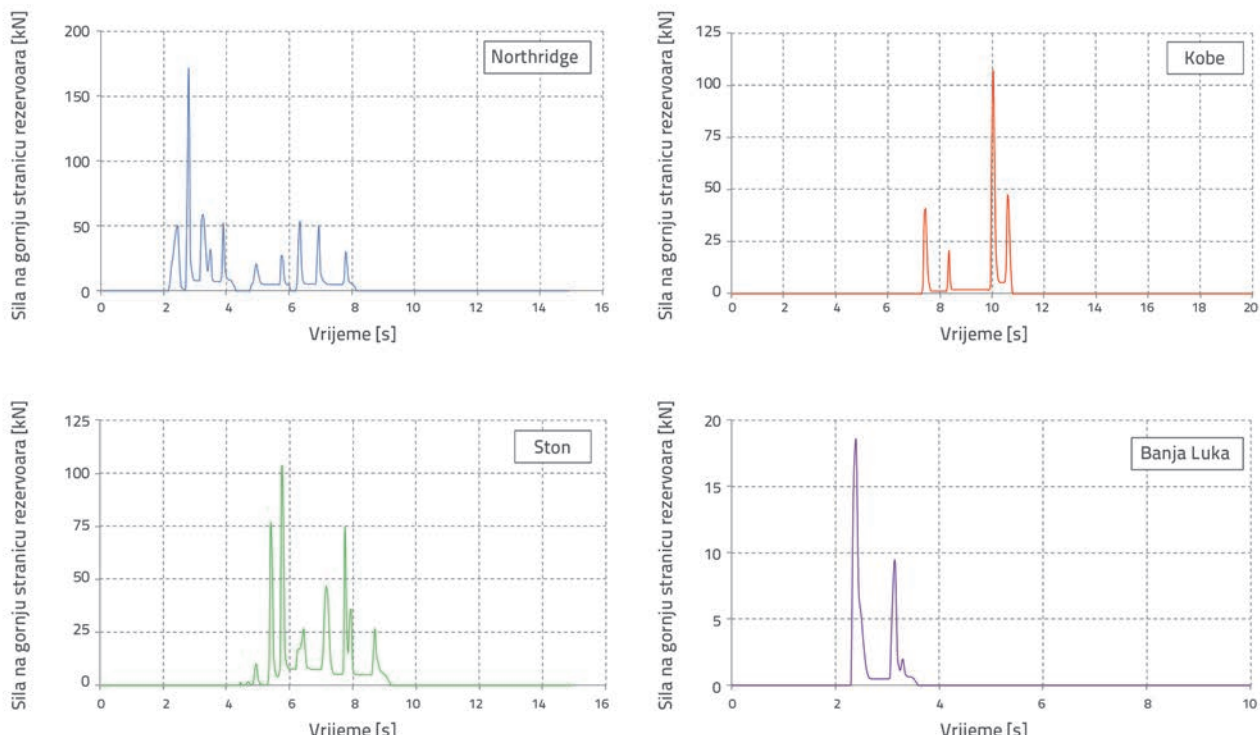
Slike 11. i 12. prikazuju vremensku promjenu kinetičke energije u pravokutnom i kružnom spremniku. Točke



Slika 11. Raspodjela kinetičke energije u pravokutnom spremniku za razinu punjenja 67 %



Slika 12. Raspodjela kinetičke energije u kružnom spremniku za razinu punjenja 67 %



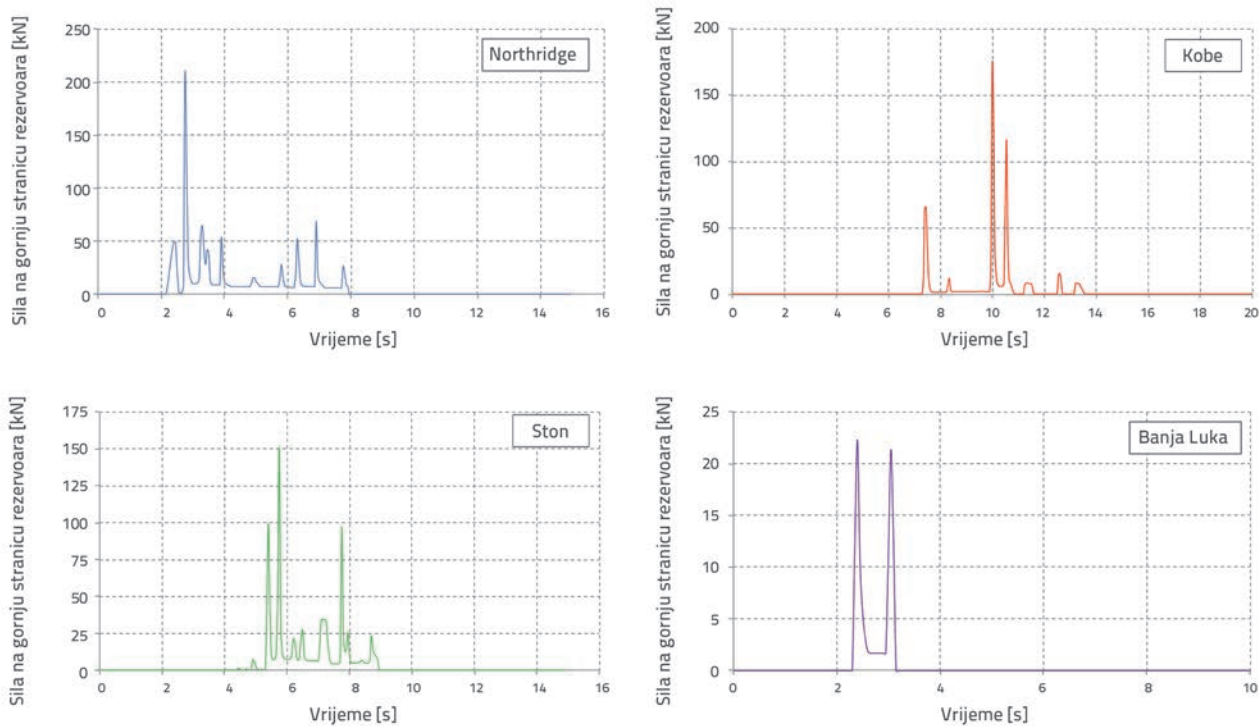
Slika 13. Udarne sila na gornji zid pravokutnog spremnika

označene strelicama predstavljaju točke maksimalne kinetičke energije po jedinici mase, tj. pozicije kod kojih je prijenos energije potresa s dna spremnika na tekućinu maksimalan. Energija se uvodi u tekućinu kroz horizontalno seizmičko gibanje. Iako svi razmatrani potresi imaju istu maksimalnu amplitudu, oni djeluju na tekućinu vrlo različito, što se može jasno uočiti na slikama 11. i 12. Kinetička energija unesena potresom Northridge je oko 10 puta veća nego energija unesena potresom Banja Luka. Međutim, ova konstatacija vrijedi samo za zadane dimenzije spremnika i razinu punjenja. Slike također jasno pokazuju da je vrijednost kinetičke energije u tekućini u direktnoj korelaciji s amplitudom spektralnog pomaka kod predominantnog perioda tekućine (slika 4.b).

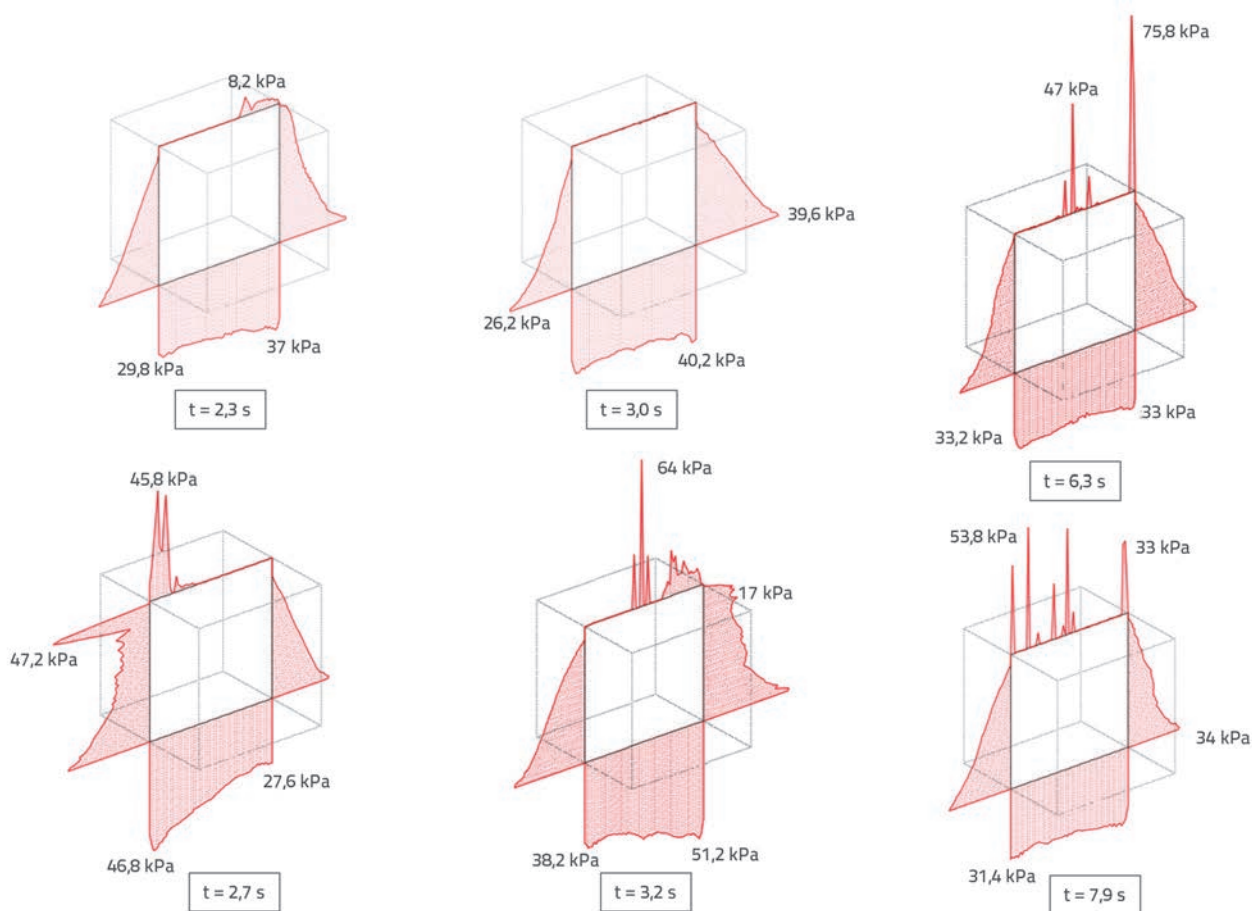
Također, može se primijetiti da je količina kinetičke energije u kružnom spremniku nešto veća od količine kinetičke energije u pravokutnom spremniku, što je i očekivano prema razinama zapljuskivanja. Prema prikazanom, može se zaključiti da oblik i dimenzije spremnika imaju direktan utjecaj na prijenos kinetičke energije. U konačnici, sva inducirana kinetička energija prelazi u toplinsku energiju i nestaje iz sustava. Udarne sila na gornji zid pravokutnog spremnika za razinu punjenja 95 % prikazana je na slici 13., a udarne sila na gornji zid kružnog spremnika na slici 14. Veličina udarne sile uzrokovane zapljuskivanjem na gornji zid spremnika ovisi o spektralnim akceleracijama i pomacima zadanih potresa i osnovnom prirodnom periodu tekućine u spremniku. Za ovu razinu punjenja osnovni prirodni period je oko 1,98 s i

Tablica 3. Uzdizanje vode u spremniku dominantnog vala zbog zapljuskivanja i maksimalna udarna sila na krov spremnika

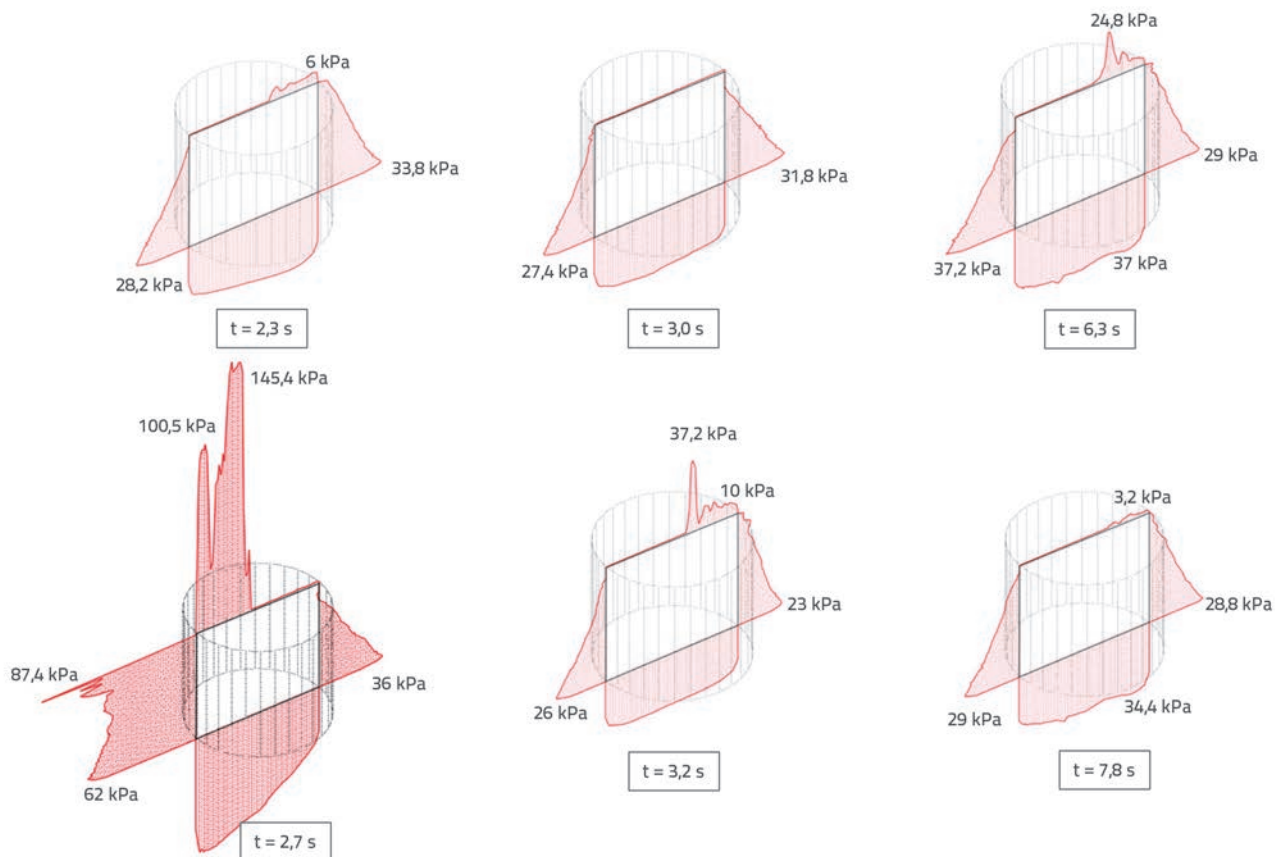
Razina punjenja [%]		Pravokutni spremnik		Kružni spremnik	
		Amplituda [m]	Sila [kN]	Amplituda [m]	Sila [kN]
67	Northridge	0,85	16,22	0,86	25,09
	Kobe	0,51	0	0,64	0
	Ston	0,41	0	0,55	0
	Banja Luka	0,18	0	0,22	0
95	Northridge	0,15	177,31	0,15	207,69
	Kobe	0,15	107,16	0,15	171,87
	Ston	0,15	101,58	0,15	150,79
	Banja Luka	0,15	18,47	0,15	22,26



Slika 14. Udarana sila na gornji zid kružnog spremnika



Slika 15. Raspodjela tlakova na stijenke pravokutnog spremnika u nekim vremenima pri potresu Northridge



Slika 16. Raspodjela tlakova na stijenke kružnog spremnika u nekim vremenima pri potresu Northridge

nešto je niži nego prirodni period za razinu punjenja 67 %. Maksimalna udarna sila na gornji zid spremnika ostvarena je kod Northridge potresa. Potresi Kobe i Ston imaju gotovo jednaku veličinu udarne sile, a potres Banja Luka ima vrlo mali utjecaj na gornji zid. Ovo je također očekivano s obzirom na spektar odgovora (slika 4.). Maksimalna udarna sila na gornji zid spremnika za potres Northridge je gotovo jednaka težini tekućine u spremniku, koja je oko 250 kN. Također je interesantno primijetiti da je udarna sila na gornji zid veća za kružni nego za pravokutni spremnik, što je također rezultat geometrije spremnika (tablica 3.).

Slike 15. i 16. prikazuju raspodjelu tlakova na stijenke spremnika u centralnoj ravnini, u nekim diskretnim vremenima, uzrokovanih potresom Northridge. Tijekom zapljuskivanja javljaju se dva tipa dinamičkih tlakova: neimpulzivni i impulzivni tlakovi [1]. Neimpulzivni tlakovi su uobičajeni dinamički tlakovi u tekućini koja oscilira. Ukupni tlakovi (hidrostatski + neimpulzivni hidrodinamički) vrlo su slični standardnim hidrostatskim tlakovima, na primjer dijagrami tlakova na slikama 15. i 16. za $t = 2,3$ s i $t = 3,0$ s.

Impulzivni tlakovi su tlakovi koji nastaju udarom tekućine na krutu pregradu. Impulzivni tlakovi su ekstremno lokalizirani i obično se povezuju s putujućim valovima i hidrauličkim skokovima. Ti tlakovi se također mogu uočiti na slikama 15. i 16., posebno u trenutku $t = 2,7$ s. Može se zaključiti da se

najveći impulzivni tlakovi pojavljuju blizu slobodnog lica tekućine ili na spojevima zidova spremnika.

Ovi rezultati jasno pokazuju da se SPH metodom mogu dobiti pouzdani rezultati kod problema zapljuskivanja u pravokutnim i kružnim spremnicima s krutim zidovima. U svakom slučaju, daljnja istraživanja su potrebna da bi se istražio utjecaj deformabilnosti spremnika i utjecaj istovremene pobude u više smjerova na zapljuskivanje u spremniku.

4. Zaključak

SPH metoda predstavlja snažni alat za analizu problema zapljuskivanja u spremnicima tekućina. Prikazana analiza pokazuje da je metoda primjenjiva na različite vrste problema dinamike fluida, posebice one sa slobodnim vodnim licem. Prikazani testovi također pokazuju da su pomaci pri zapljuskivanju i amplitude valova dobivene modelom baziranim na SPH metodi u dobroj korelaciji sa drugim numeričkim modelom [35]. Prikazani rezultati analize pokazuju i ovisnost predominantnog perioda potresa na pomake pri zapljuskivanju. Kada su predominantni period potresa i osnovni prirodni period tekućine unutar spremnika vrlo bliski, pomak pri zapljuskivanju je najveći.

Također su prikazani i ukupni tlakovi na stijenke spremnika, te udarne sile tih tlakova na gornji zid spremnika. Zasnovano na rezultatima analize, može se zaključiti da gornji zidovi spremnika

moгу biti izloženi vrlo velikim dodatnim silama zbog zapljuskivanja, koje ponekad mogu premašiti težinu spremnika, što je opet vrlo važno uzeti u obzir pri projektiranju spremnika. Proračun primjenom prikazane SPH metode vrlo je dugotrajan, što predstavlja njen najveći nedostatak. Međutim, s razvojem računala u budućnosti taj će nedostatak postati manje bitan. Glavni problem i dalje ostaje

realistični fizikalni i numerički opis stvarnosti. Važno je naglasiti da prikazana analiza uključuje samo spremnike s krutim stijenkama (zidovima) i krovom. Fleksibilni zidovi i krov, ovisno o njihovoj fleksibilnosti, mogu značajno promijeniti sliku hidrodinamičkih tlakova na površine, što bi bilo vrlo zanimljivo istražiti i što je sljedeći zadatak autora.

LITERATURA

- [1] Ibrahim, R.A.: *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*, Cambridge University Press., 2000.
- [2] Cao, X.Y., Ming, F.R., Zhang, A.M.: Sloshing in a rectangular tank based on SPH simulation, *Appl. Ocean Res.*, 47 (2014), pp. 241–254.
- [3] Davey, R.A.: Damage to Potable Water Reservoirs in the Darfield Earthquake, *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, 43 (2010) 4, pp. 429–431.
- [4] Schiff, A.J., Tang, A.K.: Chi-Chi, Taiwan, Earthquake of September 21, 1999, *Lifeline Performance*, Technical Council on Lifeline Earthquake Engineering, 18, ASCE (2000)
- [5] Yazici, G., Cili, F.: Evaluation of the liquid storage tank failures in the 1999 Kocaeli Earthquake, *Proceedings of the 14th World Conference on Earthquake Engineering*, Beijing, China, 2008.
- [6] Hough, S.S.: The oscillations of a rotating ellipsoidal shell containing fluid, *Phil. Trans.*, A186(1) (1895)
- [7] Housner, G.W.: Dynamic pressures on accelerated fluid containers, *Bull. Seis. Soc. Amer.*, 47 (1957) 1, pp. 15–35
- [8] Lucy, L.: A numerical approach to testing of the fusion process, *Journal Astronomical*, 88 (1977), pp. 1013–1924.
- [9] Gingold, R.A., Monaghan, J.J.: Smoothed particle hydrodynamics, theory and application to non-spherical stars, *Mon. Nat. R. Astr. Soc.*, 181 (1977), pp. 375–389.
- [10] Hu, X.Y., Adams, N.A.: An incompressible multi-phase SPH method, *J. Comput. Phys.*, 227 (2007) 1, pp. 264–278
- [11] Ming, F.R., Zhang, A.M., Cao, X.Y.: A robust shell element in meshfree SPH method, *Acta Mech. Sinica*, 29 (2013) 2, pp. 241–255.
- [12] Zhang, A.M., Ming, F.R., Wang, S.P.: Coupled SPHS–BEM method for transient fluid–structure interaction and applications in underwater impacts, *Appl. Ocean Res.*, 43 (2013), pp. 223–33.
- [13] Shao, J.R., Li, H.Q., Liu, G.R., Liu, M.B.: An improved SPH method for modelling liquid sloshing dynamics. *Comput. Struct.*, 100–101, 18–26 (2012)
- [14] Delorme, L., Colagrossi, A., Souto-Iglesias, A., Botia-Vera, E.: A set of canonical problems in sloshing. Part I: Pressure field in forced roll – comparison between experimental results and SPH, *Ocean Eng.*, 36 (2009) 2, pp. 168–178.
- [15] Marsh, A., Prakash, M., Semercigil, E., Turan, Ö.F.: A study of sloshing absorber geometry for structural control with SPH, *J. Fluid Struct.*, 27 (2011) 8, pp.1165–1181.
- [16] Colagrossi, A., Lugni, C., Brocchini, M.: A study of violent sloshing wave impacts using an improved SPH method, *J. Hydraul. Res.*, 48 (2010) S1, pp. 94–104.
- [17] Khayyer, A., Gotoh, H.: Wave impact pressure calculations by improved SPH methods, *Int. J. Offshore Polar Eng.*, 19 (2009) 4, pp. 300–307.
- [18] Gotoh, H., Khayyer, A., Ikari, H., Arikawa T., Shimosako, K.: On enhancement of Incompressible SPH method for simulation of violent sloshing flows, *Appl. Ocean Res.*, 46 (2014), pp. 104–115.
- [19] Vorobyev, A., Kriventsev, V., Maschek, W.: Simulation of central sloshing experiments with smoothed particle hydrodynamics (SPH) method, *Nucl Eng Des.*, 241 (2011) 8, pp. 3086–3096.
- [20] Iglesias, A.S., Rojas, L.P., Rodríguez, R.Z.: Simulation of anti-roll tanks and sloshing type problems with smoothed particle hydrodynamics, *Ocean Eng.*, 31 (2004) 8, pp. 1169–1192.
- [21] Celebi, M.S., Akyildiz, H.: Nonlinear modelling of liquid sloshing in a moving rectangular tank, *Ocean Eng.*, 29 (2002) 12, pp. 1527–1553.
- [22] Rafiee, A., Pistani, F., Thiagarajan, K.: Study of liquid sloshing: numerical and experimental approach, *Comput. Mech.*, 47 (2011) 1, pp. 65–75.
- [23] Chen, Y.H., Hwang, W.-S., Ko, C.-H.: Sloshing behaviours of rectangular and cylindrical liquid tanks subjected to harmonic and seismic excitations, *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, 36 (2007), pp. 1701–1717.
- [24] Vijay, P.M., Prakash, A.: Analysis of sloshing impact on overhead liquid storage structures, *International Journal of Research in Engineering & Technology*, 2 (2014) 8, pp. 127–142
- [25] Liu, D., Lin, P.: A numerical study of three-dimensional liquid sloshing in tanks, *J. Comput. Phys.*, 227 (2008), pp. 3921–3939.
- [26] Liu, G.R., Liu, M.B.: *Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method*, World Scientific, 2003.
- [27] Gómez-Gesteira, M., Rogers B.D., Dalrymple R.A., Crespo, A.J.C.: State-of-the-art of classical SPH for free-surface flow, *J. Hydraul. Res.*, 48 (2010), pp. 6–27.
- [28] Crespo, A.J.C., Gómez-Gesteira, M., Dalrymple, R.A.: *Boundary Conditions Generated by Dynamic Particles in SPH Methods*, Tech. Science Press., 5 (2007) 3, pp. 173–184.
- [29] Monaghan, J.J.: *Smoothed Particle Hydrodynamics*, *Annu. Rev. Astron. Astr.* 30 (1992), pp. 543–574
- [30] Monaghan, J.J.: *Smoothed particle hydrodynamics*, *Reports on Progress in Physics*, 68 (2005), pp. 1703–1759.
- [31] Monaghan, J.J.: *Simulation Free Surface Flows with SPH*, *J. Comput. Phys.* 110 (1994), pp. 399–406.
- [32] SPHysics, https://wiki.manchester.ac.uk/sphysics/index.php/Main_Page, 28.08.2013.

- [33] Libersky, L.D., Petscheck, A.G.: Smoothed Particle Hydrodynamics with strength of materials, Proceedings of the Next Free Lagrange Conference, 395, pp. 248-257, 1991.
- [34] GEO Works, <http://www.erosionpollution.com/steel-tank-dimensions.html>, 24.06.2016.
- [35] Guray, E., Yazici, G.: Sloshing in medium sized tanks under earthquake load, Građevinar, 67 (2015) 7, pp. 655-662.
- [36] Velestos, A.S., Shivakumar P.: Sloshing response of layered liquids in rigid tanks, Earthquake Engng. Struct. Dyn., 22 (1993), pp. 801-821.
- [37] Su, T.C., Lou, Y.K., Flipse, J.E., Bridges, T.J.: A Numerical Analysis of Large Amplitude Liquid Sloshing in Baffled Container, US Department of Transportation, Final Report, (1982), MA-RD-940-82046.
- [38] Lou, Y.K., Su, T.C., Flipse, J.E.: A Nonlinear Analysis of Liquid Sloshing in Rigid Container, US Department of Commerce, Final Report, (1980)MA-79-SAC-B0018.
- [39] Gomez-Gesteira, M., Crespo, A.J.C., Rogers, B.D., Dalrymple, R.A., Dominguez, J.M., Barreiro, A.: Sphysics - development of a free-surface fluid solver - part 2: Efficiency and test cases, Computers Geosciences, 48 (2012), pp. 300-307.
- [40] Ashkan, R., Pistani, F., Thiagarajan, K.: Study of liquid sloshing: numerical and experimental approach, Comput. Mech., 47 (2011), pp. 65-75.
- [41] Marsh, A., Prakash, M., Semercigil, E., Turan, Ö.F.: A numerical investigation of energy dissipation with a shallow depth sloshing absorber, Appl. Math. Model., 34 (2010), pp. 2941-2957.
- [42] European Strong-Motion Data (ISESD), http://www.isesd.hi.is/ESD_Local/frameset.htm